بسم الله الرحمن الرحیم

مخابرات

(بخش دوم)

استاد صافی

همواره برای سیگنال پیام فرض می‌کنیم:

$$\begin{cases} |x(t)| \leq 1 \\ \langle x(t) \rangle = 0 \quad \text{مقدار متوسط سیگنال} \end{cases}$$

$$\langle x(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, dt$$

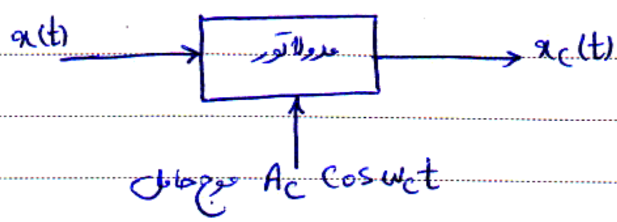
$$T \longrightarrow \infty$$

1) مدولاسیون AM:

شکل موج مدوله شده AM: $x_c(t) = A_c\left(1 + \mu x(t)\right) \cos w_c t$ مهم، حفظ شود.

$\mu \geq 0$ ثابت، شاخص (ضریب) مدولاسیون $x_c(t)$ سیگنال مدوله شده

$x(t)$ سیگنال پیام



$A(t) = A_c\left(1 + \mu x(t)\right)$ پوش سیگنال

ویژگی اصلی مدولاسیون AM این است که پوش سیگنال مدوله شده، همان شکل سیگنال پیام را دارد.

$v_i(t) = A(t) \cos\phi(t)$ $v(t) = A(t) \cos\left(w_c t + \phi(t)\right)$ $x_{c_i}(t) = A(t)$ همفاز

$v_q(t) = A(t) \sin \phi(t) \longrightarrow A(t) \sin 0 = 0$ $x_{c_q}(t) = 0$ ربعی

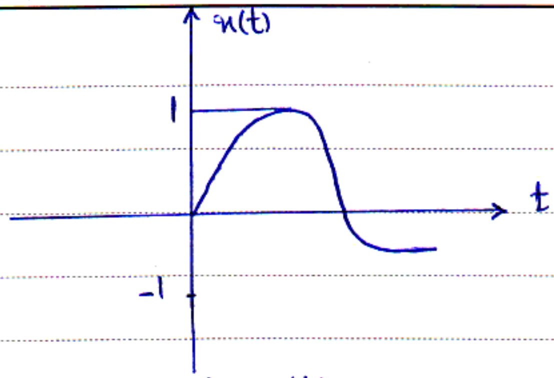
$x_c(t) = A(t) \cos\left(w_c t + \phi(t)\right)$

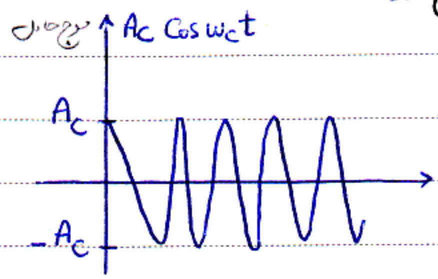
$$\text{AM}: x_c(t) = A(t) \cos w_c t \Rightarrow \phi(t) = 0 \begin{cases} \text{همفاز } x_{c_i}(t) = A(t) \cos \phi(t) = A(t) \\ \text{ربعی } x_{c_q}(t) = A(t) \sin \phi(t) = 0 \end{cases}$$

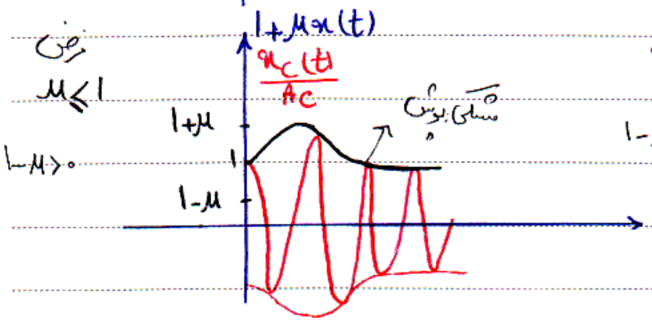
P4PCO

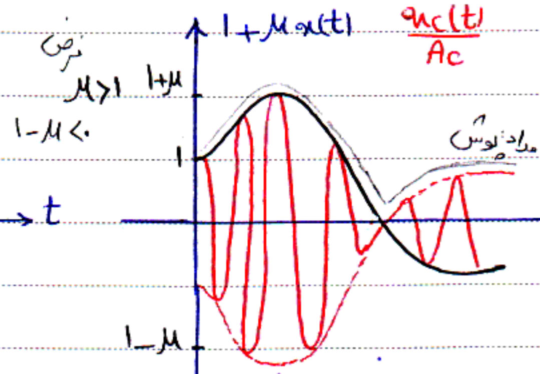
$|x(t)| \le 1$

شکل موج مدوله شده AM :









اعوجاج پوش (وارونگی فاز)

$x(t)$

تبصره۱) درصورتیکه شاخص مدولاسیون (μ) بزرگتر از ۱ باشد پوش سیگنال مدوله شده شکل سیگنال پیام را ندارد (شکل تحریف شده سیگنال پیام را نشان می دهد) که در این صورت می گوییم وارونگی فاز (اعوجاج پوش) اتفاق افتاد

تبصره۲) اگر $f_c \gg W$ (f_c فرکانس حامل، W پهنای باند سیگنال پیام) در این صورت نوسانهای حامل از تغییرات زمانی پیام بسیار سریعتر است ولذا اگر چنین شرطی برقرار نباشد پوش سیگنال مدوله شده هماند شکل پیام نخواهد بود.

نکته: درصورتیکه $f_c \gg W$ و $\mu \le 1$ باشد پوش سیگنال مدوله شده همان شکل پیام را داشته و بازسازی توسط یک آشکارساز پوش از سیگنال مدوله شده استخراج می شود.

نکته) چنانچه $\mu = 1$ باشد پوش سیگنال بین صفر و $2A_c$ تغییر می‌کند.

$$-1 \leq x(t) \leq 1$$

$$-1 \leq \mu x(t) \leq 1$$

$$0 \leq 1 + \mu x(t) \leq 2 \longrightarrow 0 \leq A_c(1 + \mu x(t)) \leq 2A_c$$

مدولاسیون AM در حوزه فرکانس:

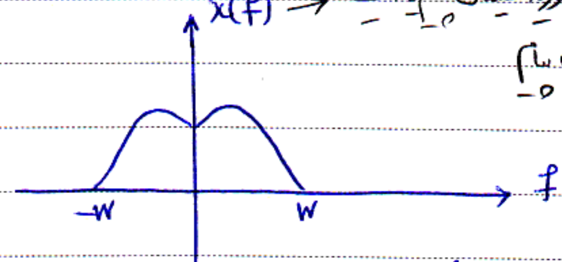
سیگنال حقیقی $x_c(t) = A_c\,(1 + \mu x(t)) \cos w_c t =$

$$A_c \cos w_c t + A_c \mu x(t) \cos w_c t$$

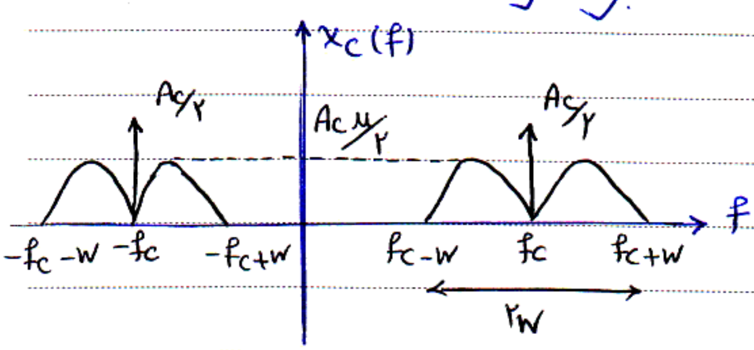
$$X_c(f) = \begin{cases} \frac{A_c}{2}\,\delta(f - f_c) + \frac{A_c\mu}{2}\,X(f - f_c) & \text{برای } f \geq 0 \\ \frac{A_c}{2}\,\delta(f + f_c) + \frac{A_c\mu}{2}\,X(f + f_c) & \text{برای } f < 0 \end{cases}$$

$$X(f) = F\{x(t)\}$$

$X(f) \rightarrow$ تبدیل فوریه سیگنال پیام یا طیف سیگنال پیام



پهنای باند $W \longrightarrow$ حداکثر فرکانس صحبت است



$\frac{A_c\mu}{2}$ پایین‌تر از $\frac{A_c}{2}$ است چون $\mu \leq 1$ فرض می‌شود.

$B_T =$ پهنای باند ارسالی $= 2W$

۱۵ Matlab : $x = 0 : 0/01 : 10 ;$
$y = \cos(x)$
Sound $(y, \underset{f_s}{1000})$
برای شنیدن صدای کسینوسی

Subject:
Year. Month. Date.

طیف AM در $f>0$ شامل یک ضربه در فرکانس حامل و دو کناره باند (Side Band) متقارن به مرکز f_c است. به علت حضور هر دو باند کناری بالا و پایین، این مدولاسیون در گروه مدولاسیون دامنه‌ی دوکناره باندی
قرار می‌گیرد.

ارسال سیگنال در مدولاسیون AM نیازمند پهنای باندی معادل دو برابر ارسال در باند پایه است.

توان ارسالی در AM: $S_T =$ توان متوسط ارسالی $= \langle x_c^2(t) \rangle$

$$\Rightarrow S_T = \langle x_c^2(t) \rangle$$

$$\Rightarrow S_T = \langle A_c^2 (1+\mu x(t))^2 \cos^2 \omega_c t \rangle$$

$$= A_c^2 \left\langle \left(1+2\mu x(t) + \mu^2 x^2(t)\right) \frac{1+\cos 2\omega_c t}{2} \right\rangle$$

$$= \frac{A_c^2}{2} \langle 1 + 2\mu x(t) + \mu^2 x^2(t) \rangle + \frac{A_c^2}{2} \langle (1+2\mu x(t) + \mu^2 x^2(t)) \cos 2\omega_c t \rangle$$

با فرض $f_c \gg W$ متوسط جمله‌ی دوم صفر است. (متوسط cos صفر است)

متوسط یک، یک می‌شود

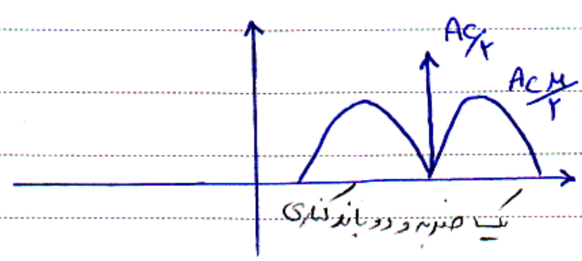
$$\Rightarrow S_T = \frac{A_c^2}{2} + \mu A_c^2 \langle x(t) \rangle + \frac{\mu^2 A_c^2}{2} \langle x^2(t) \rangle$$

با فرض $\langle x(t) \rangle = 0$ و $\langle x^2(t) \rangle = S_x$ داریم:

$$S_T = \frac{A_c^2}{2} + \frac{\mu^2 A_c^2}{2} S_x$$

$$\Rightarrow S_T = P_c + 2P_{sb}$$

توان ضربه — توان باندهای کناری



توان متوسط $A_c \cos w_c t \Rightarrow \frac{A_c^2}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_c = \frac{A_c^2}{2} & \text{توان سیگنال حامل} \\ P_{sb} = \frac{\mu^2 A_c^2}{4} S_x = \frac{\mu^2}{2} P_c S_x = \boxed{\left(\frac{\mu^2}{2} S_x\right) P_c} & \text{توان هر کنار باند (باند کناری)} \end{cases}$$

$|\mu x(t)| \le 1 \Rightarrow \mu^2 S_x \le 1 \Rightarrow P_{sb} \le \frac{1}{2} P_c \Rightarrow \begin{cases} P_c = S_T - 2P_{sb} \ge \frac{1}{2} S_T \\ P_{sb} \le \frac{1}{4} S_T \end{cases}$

چون هم $\mu < 1$ هم $x(t) < 1$

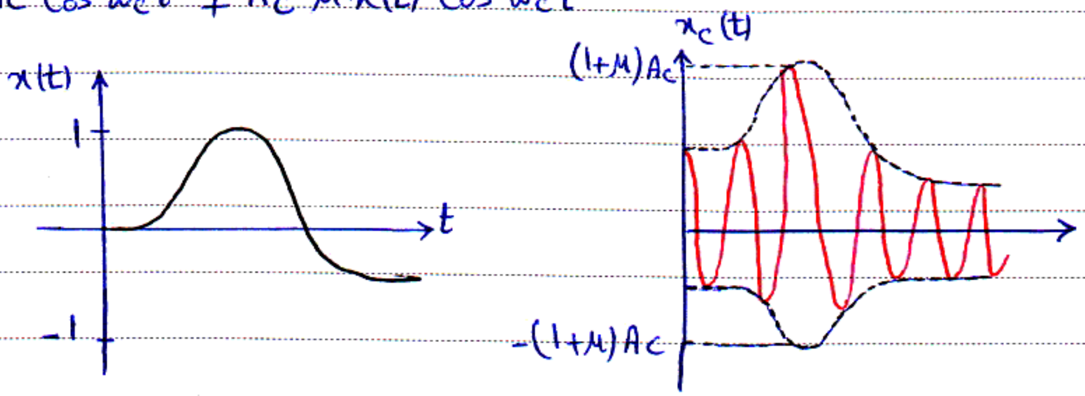
$\frac{A_c^2}{4} \times$ طرفین

نتیجه ۱) حداقل ۵۰٪ توان ارسالی صرف فرستادن سیگنال حامل می‌شود که هیچ گونه اطلاعاتی را شامل نمی‌شود.

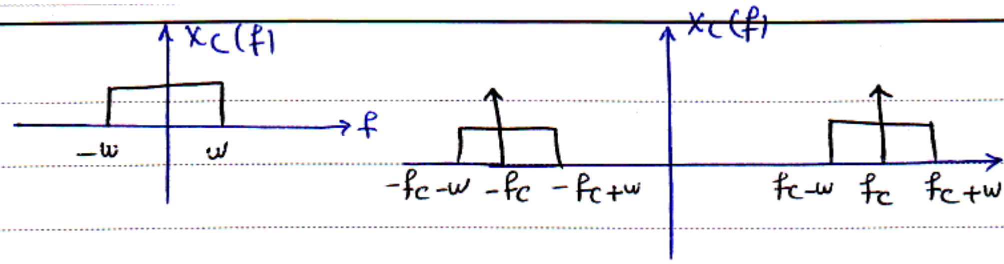
نتیجه ۲) با توجه به متقارن بودن $X(f)$، ارسال دو باند کناری لازم نیست و لذا بازده (راندمان) مدولاسیون AM کمتر از ۲۵٪ است.

خلاصه AM:

$x_c(t) = A_c(1 + \mu x(t)) \cos w_c t = A_c \cos w_c t + A_c \mu x(t) \cos w_c t$



$\left.\begin{matrix} \mu \le 1 \\ f_c \gg w \end{matrix}\right| \Rightarrow$ پوش سیگنال مدوله شده همان شکل پیام را دارد.



$B = w$ $\qquad\qquad$ $B_T = 2w$

توان متوسط ارسالی $= S_T = P_c + 2P_{sb} = \underbrace{\frac{1}{2}A_c^2}_{P_c} + \frac{1}{2}\mu^2 A_c^2 S_x = \frac{1}{2}A_c^2 + P_c \mu^2 S_x$

$\boxed{\text{توان متوسط} \ \langle A^2 \cos^2 wt \rangle = \frac{A^2}{2}}$

$(\mu^2 S_x \leq 1)$

$\mu^2 S_x \leq 1 \Rightarrow \boxed{P_c \geq \frac{1}{2} S_T}$ و $\boxed{P_{sb} \leq \frac{1}{4} S_T}$

۲) مدولاسیون DSB:

اگر از جمله‌ی شامل سیگنال حامل ($A_c \cos w_c t$) در مدولاسیون AM صرف نظر کنیم و μ را برابر یک فرض کنیم داریم:

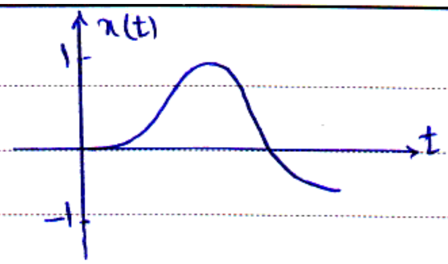
$x_c(t) = A_c \ x(t) \cos w_c t$

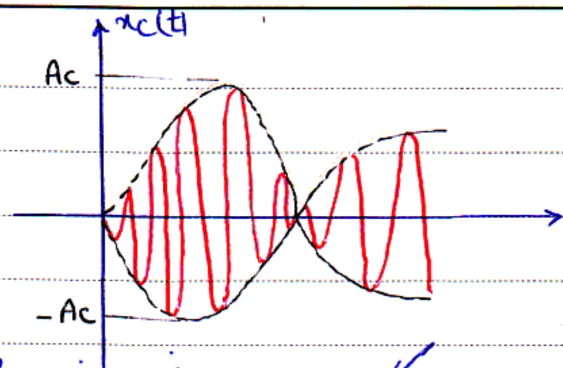
به این مدولاسیون دوکناره‌ای بدون حامل (DSB_SC) یا به اختصار DSB می‌گوییم.

پوش سیگنال: $A(t) = A_c |x(t)|$

فاز سیگنال: $\phi(t) = 0 \pm 180°$ $\qquad$ اگر $x(t)$ منفی بود فاز ۱۸۰ تغییر می‌کند

یا $\qquad \phi(t) = \begin{cases} \pm 180 & x(t) < 0 \\ 0 & x(t) > 0 \end{cases}$

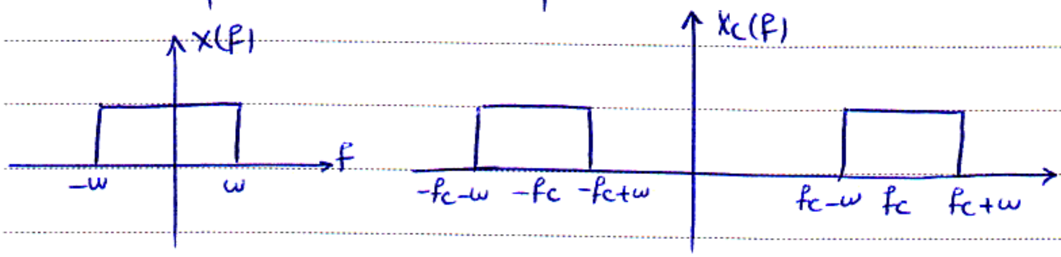




برای $x(t)<0$ وارونگی فاز (اعوجاج پوش) خواهیم داشت به عبارت دیگر پوش سیگنال مدوله شده مشابه $|x(t)|$ است و در نتیجه با استفاده از آشکارساز پوش نمی‌توان سیگنال پیام را بازیابی کرد.

طیف (تبدیل فوریه) سیگنال DSB:

$$X_c(f) = \frac{1}{2}A_c\, X(f-f_c) + \frac{1}{2}A_c\, X(f+f_c)$$



$B = W$

$B_T = 2W$

یادآوری: $\frac{1}{2}A_c^2 S_x$

توان متوسط $\langle A_c^2 x^2(t)\cos^2 \omega t\rangle = \langle A_c^2 x^2(t)\,\frac{1+\cos 2\omega t}{2}\rangle = \langle \frac{A_c^2}{2} x^2(t)\rangle +$

$\langle \cancel{\frac{A^2}{2} x^2(t)\cos 2\omega t} \rangle$

نتیجه: با توجه به متقارن بودن $X(f)$ ارسال دو باند کناری لازم نیست، لذا بازده (راندمان) مدولاسیون DSB، ۵۰٪ است.

DSB از نظر توان نسبت به AM مقرون به صرفه‌تر و از نظر ساخت گیرنده پیچیده‌تر است.

توان متوسط ارسالی $= \boxed{S_T = 2P_{sb} = \frac{1}{2}A_c^2 S_x}$ در DSB

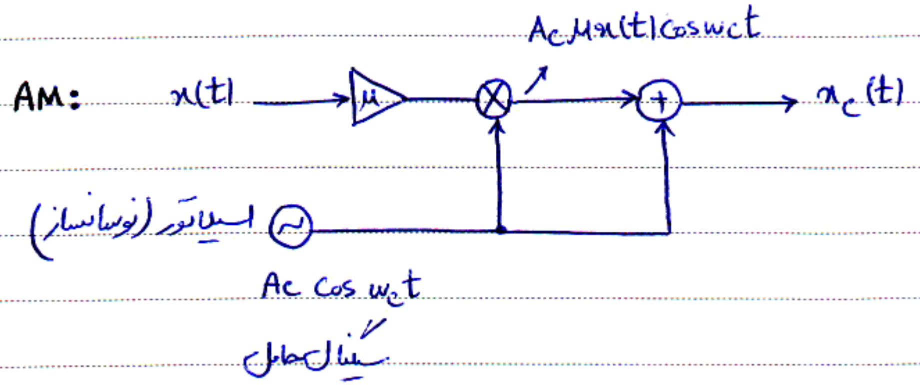
ساختار مدولاتور:

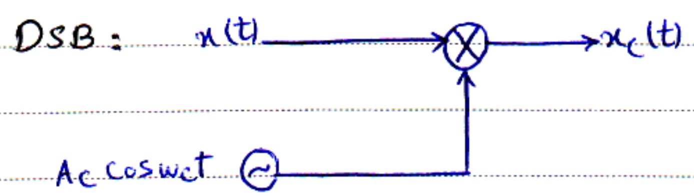
AM: $x_c(t) = A_c(1+\mu x(t))\cos\omega_c t =$

$A_c\cos\omega_c t + A_c\mu x(t)\cos\omega_c t$

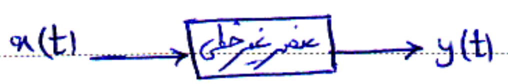
DSB: $x_c(t) = A_c x(t)\cos\omega_c t$

۱) مدولاتور ضربی:

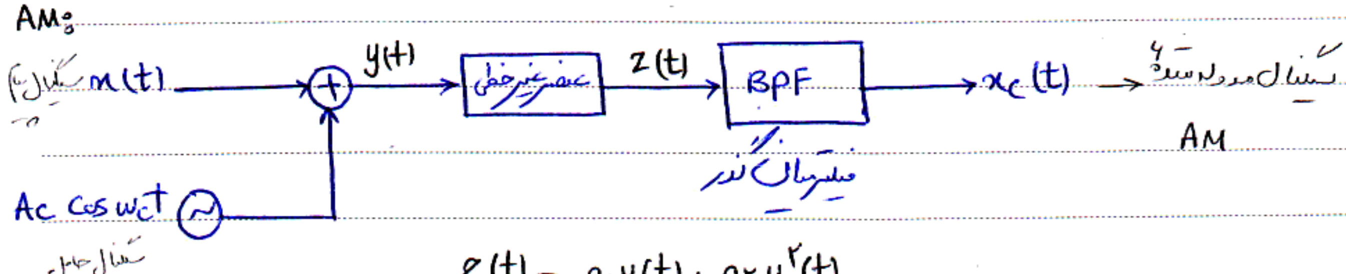




۲) مدولاتور غیرخطی (مربع‌کننده)



$y(t) = a_1x(t) + a_2x^2(t) + a_3x^3(t) + \dots$ رابطه غیرخطی



$z(t) = a_1y(t) + a_2y^2(t)$

مربع کننده

$$1 \xrightarrow{F} \delta(f)$$

$$\frac{a_2 A_c^2}{2} \xrightarrow{F} \frac{a_2 A_c^2}{2}\delta(f)$$

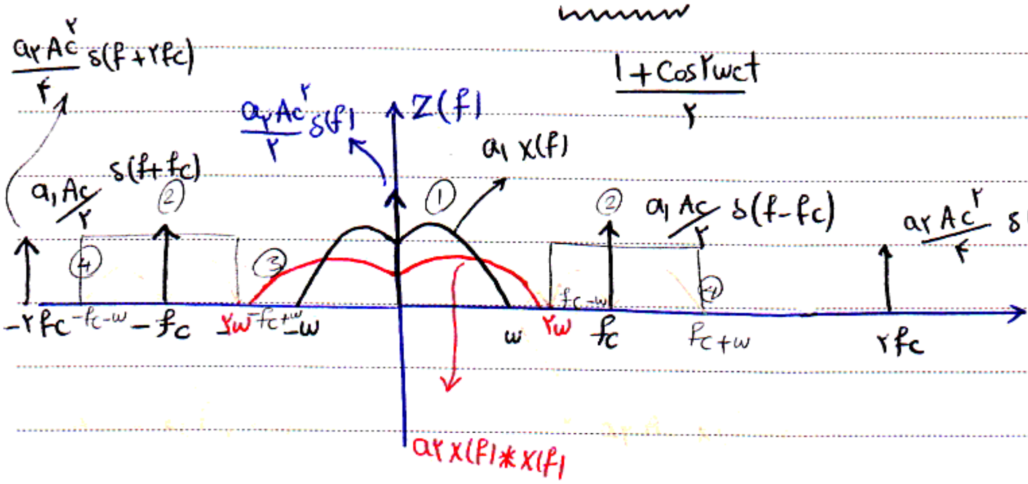
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$y(t) = x(t) + A_c\cos w_c t \Rightarrow z(t) = a_1\left[x(t) + A_c\cos w_c t\right] +$$

$$a_2\left[x(t) + A_c\cos w_c t\right]^2 = \overset{①}{a_1 x(t)} + \overset{②}{a_1 A_c\cos w_c t} + \overset{③}{a_2 x^2(t)} +$$

$$\overset{④}{2a_2 A_c x(t)\cos w_c t} + \overset{⑤}{a_2 A_c^2 \underbrace{\cos^2 w_c t}_{\frac{1+\cos 2w_c t}{2}}}$$

⑤ → شامل ۲ جمله



پهنای باند $= 2W$ فرکانس مرکزی $= f_c$

②+④

$$\text{خروجی فیلتر} = \underbrace{a_1 A_c\cos w_c t}_{\text{مولفه حامل}} + 2a_2 A_c x(t)\cos w_c t = \underset{A_c'}{(a_1 A_c)}\left(1 + \underset{\mu}{\left(\frac{2a_2}{a_1}\right)} x(t)\right)\cos w_c t$$

شرط عدم همپوشانی طیف‌ها: $f_c - W \gg 2W \Rightarrow \boxed{f_c \gg 3W}$

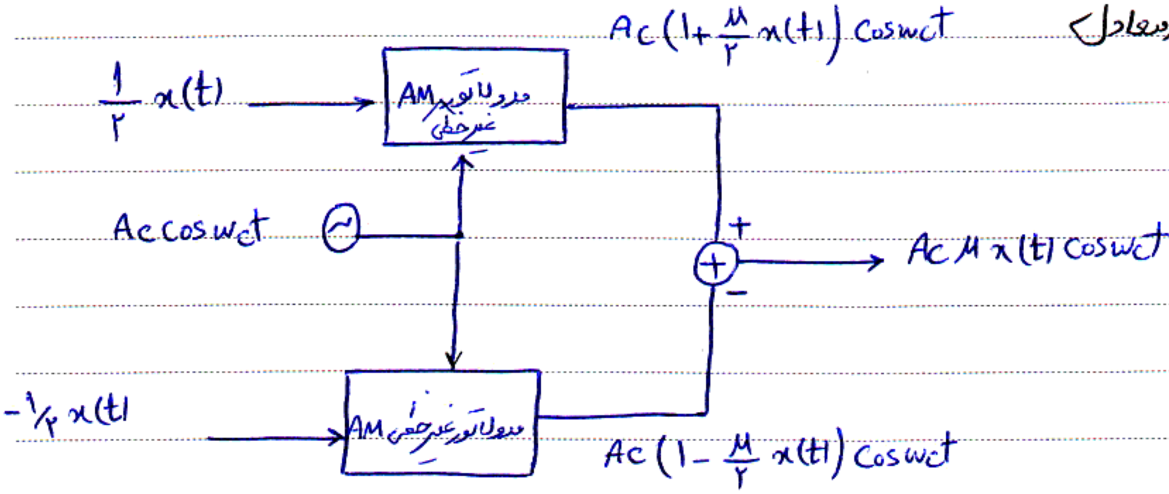
نکته: چنانچه $a_1 = 0$ باشد $(z(t) = a_2 y^2(t))$ عنصر غیرخطی یک مربع کننده کامل است و داریم:

$$\text{خروجی فیلتر} = 2a_2 A_c x(t)\cos w_c t$$

یعنی مولفه حامل وجود ندارد و لذا موج DSB بدست می‌آید ولی تا اینجا عنصر مربع کننده کامل نداریم و لذا از دو

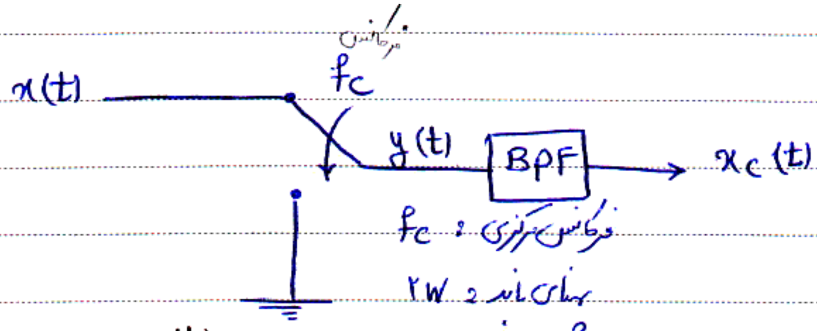
عنصر ضرب کننده (ضرب کننده غیرکامل) جهت تولید DSB استفاده می‌شود که به آن مدولاتور متعادل می‌گوئیم.

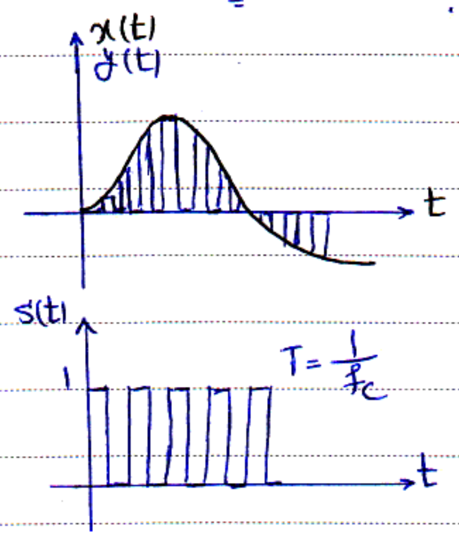
۳- مدولاتور متعادل



مدولاتور DSB

مدولاتور سوئیچینگ: (قطع و وصلی)





$y(t) = s(t)\,x(t)$

$s(t)$: تابع متناوب با دوره تناوب $\frac{1}{f_c}$

بسط سری فوریه: $s(t) = k_0 + k_1 \cos w_c t + k_2 \cos 2w_c t + \dots$

$y(t) = k_0 x(t) + \boxed{k_1 x(t) \cos w_c t} + k_2\, x(t) \cos 2w_c t + \dots$

خروجی فیلتر

$\Rightarrow x_c(t) = k_1 x(t) \cos w_c t$

در ادامه

ساختار دمدولاتور: ۱ـ آشکارساز پوش (حالت AM)

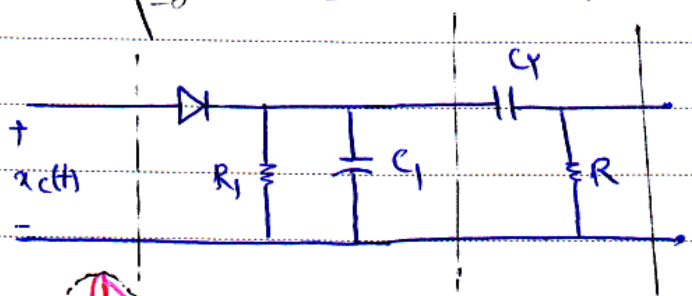
نکته: پوش سیگنال AM همان سیگنال پیام است لذا از ساختار زیر به عنوان دمدولاتور AM استفاده می‌شود.

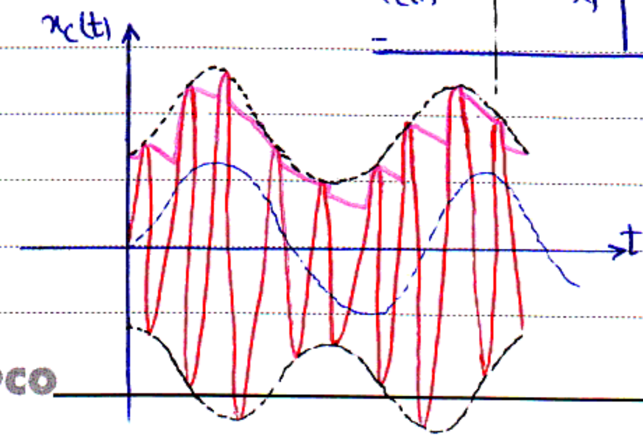
$A_c + A_c \mu x(t)$

$x_c(t) \longrightarrow$ [آشکارساز پوش] $\longrightarrow A_c(1+\mu x(t)) \longrightarrow$ [حذف DC] $\longrightarrow A_c \mu x(t)$

یک مقدار DC + یک مقدار تضعیف شده / تقویت شده از سیگنال پیام

$\underbrace{A_c(1+\mu x(t))}_{\text{پوش سیگنال}} \cos w_c t$



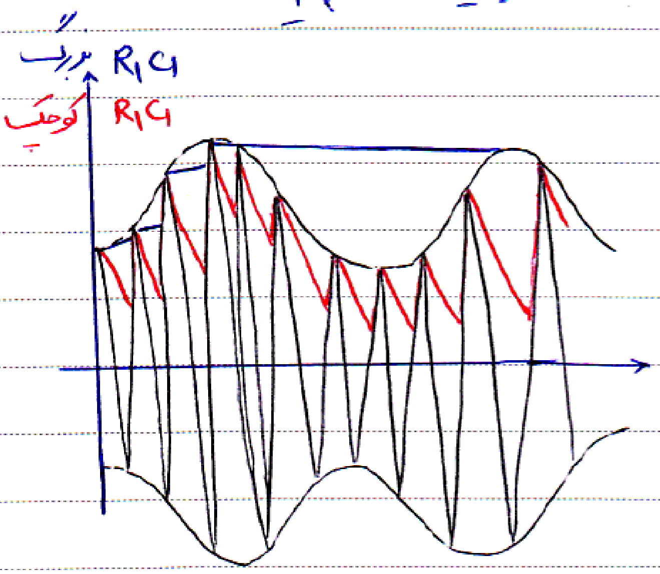


شرط اینکه سیگنال آشکارسازی شده (سیگنال دمودوله شده) شبیه به سیگنال پیام باشد این است که ؟

$$W \ll \frac{1}{R_1C_1} \ll f_c$$

چنانچه $\frac{1}{R_1C_1} \ll f_c$ نباشد در این صورت آشکارساز پوش نمی‌تواند تغییرات حامل را دنبال کند و چنانچه

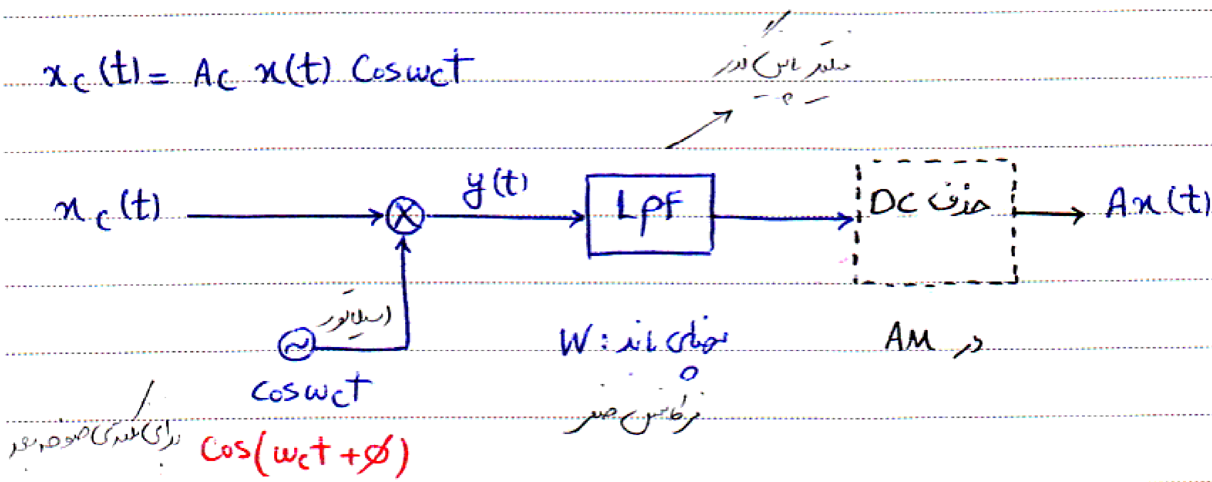
$W \ll \frac{1}{R_1C_1}$ نباشد در این صورت آشکارساز پوش نمی‌تواند تغییرات پوش (پیام) را دنبال کند.



۲- آشکارساز همزمان (حاصل ضربی) (AM, DSB)

DSB:

$x_c(t) = A_c\, x(t) \cos w_c t$



$$y(t) = A_c x(t) \cos^2 w_c t = A_c x(t) \frac{1+\cos 2w_c t}{2}$$

$$\Rightarrow \text{خروجی} = \frac{A_c}{2} x(t)$$

AM :

$$x_c(t) = A_c \left(1+\mu x(t)\right) \cos w_c t$$

$$y(t) = A_c \left(1+\mu x(t)\right) \cos^2 w_c t = A_c \left(1+\mu x(t)\right) \frac{1+\cos 2w_c t}{2}$$

$$\Rightarrow \text{خروجی} = \frac{A_c}{2} \left(1+\mu x(t)\right) \xrightarrow{\text{حذف } DC} \frac{A_c \mu}{2} x(t)$$

نکته: در آشکارسازهای همزمان فرض براین است که اسیلاتور گیرنده از لحاظ فاز با حامل همزمان است. درصورتیکه چنین

فرض برقرار نباشد داریم:

$$y(t) = A_c x(t) \cos w_c t \cos(w_c t + \phi) =$$

$$\frac{A_c x(t)}{2} \cos(2w_c t + \phi) + \frac{A_c x(t)}{2} \cos\phi$$

$$\Rightarrow \text{خروجی} = \frac{A_c}{2} x(t) \cos\phi \xrightarrow[\phi \simeq 90]{\text{چنانچه}} \text{خروجی} \simeq 0$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}\left[\cos(A+B) + \cos(A-B)\right]$$

مدولاسیون DSB+C :

مشکل عمده‌ی دمدولاتور حاصل ضرب که همزمانی اسیلاتور فرستنده و گیرنده است. در AM با توجه به اینکه خود

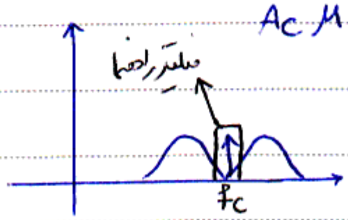
سیگنال حامل نیز ارسال می‌شود می‌توان حامل را با یک فیلتر میانگذر با فرکانس مرکزی f_c و پهنای باند بسیار باریک

استخراج کرده و پس از تقویت استفاده کرد ولی در DSB حامل وجود ندارد لذا در عمل درصد کمی از توان فرستنده را صرف ارسال سیگنال حامل می‌کنیم.

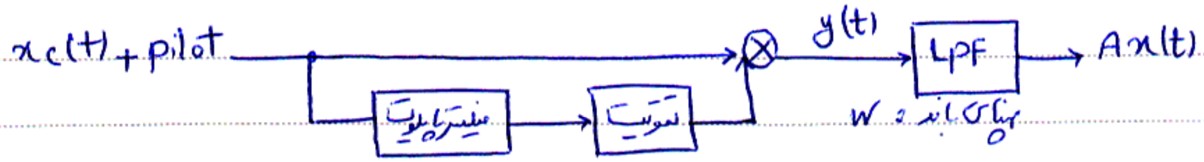
$$x_c(t) = A_c\left(1+\mu x(t)\right)\cos\omega_c t \qquad \mu \gg 1$$

دامنه‌ی سیگنال حامل $= A_c$

دامنه‌ی سیگنال مدوله شده $= A_c\,\mu\,|x(t)|$



به این سیگنال حامل کوچک، حامل راهنما (pilot) می‌گویند.

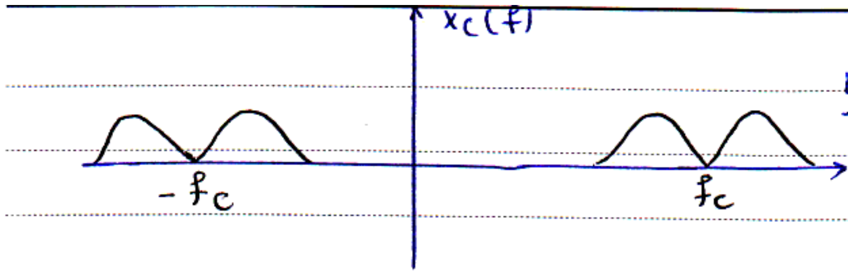


به این ساختار، اصطلاحاً ساختار همودایِن می‌گوییم.

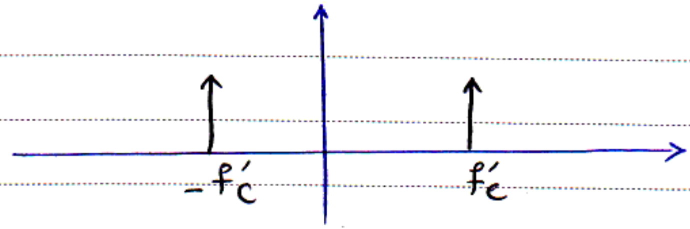
نکته: اغلب سیگنال پایلوت (راهنما) تقویت شده جهت همزمان کردن یک اسیلاتور دیگر استفاده می‌گردد.

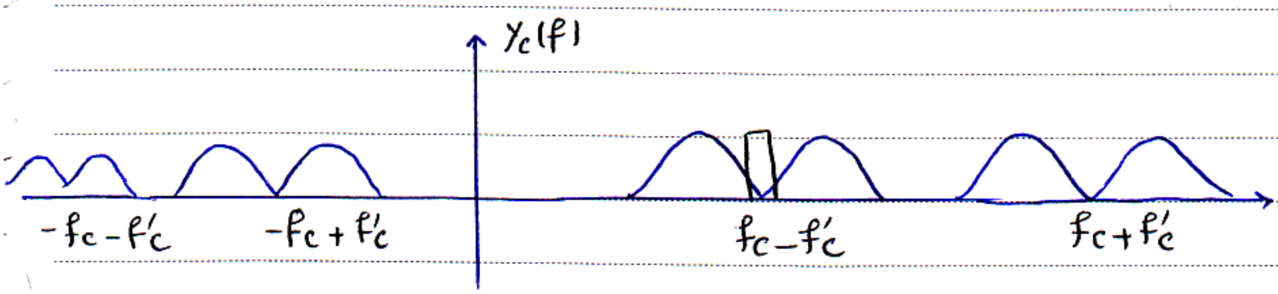
نکته: مشکل فیلتر راهنما پیاده‌سازی عملی آن است چون فرکانس مرکزی آن زیاد و پهنای باند آن کم است و لذا ضریب کیفیت فیلتر ($Q=\frac{f_0}{B}$) عددی بسیار بزرگ می‌شود.

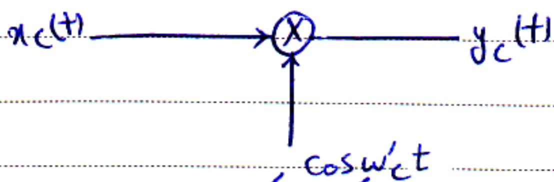
راه حل: چنانچه سیگنال دریافتی در گیرنده را در $\cos\omega'_c t$ ضرب کنیم، طیف سیگنال از فرکانس f_c به فرکانس‌های $f_c \pm f'_c$ منتقل می‌شود، که یکی از آنها کمتر از فرکانس f_c است و لذا فرکانس مرکزی و در نتیجه ضریب کیفیت فیلتر را



کاهش می‌دهد. به این عمل مخلوط کردن یا هتروداین می‌گویند.







مخلوط‌کننده (میکسر)

تبدیل هیلبرت :

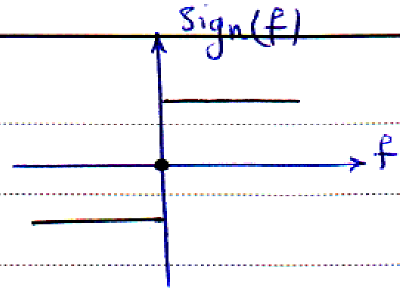
$$x(t) \xrightarrow{h(t)} \hat{x}(t)$$

$$X(f) \xrightarrow{H(f)} \hat{X}(f)$$

$$X(f) \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow \hat{X}(f)$$

$$H(f) = \begin{cases} j & f<0 \\ 0 & f=0 \\ -j & f>0 \end{cases} = -j\,\mathrm{sign}(f)$$

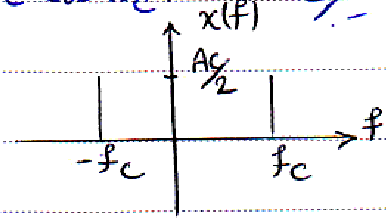
$$\mathrm{sign}(f)=\begin{cases}-1 & f<0\\ 0 & f=0\\ 1 & f>0\end{cases}$$



مثال ۴) تبدیل هیلبرت $x(t)=A_c\cos w_c t$ را بدست آورید.

حل:

$$X(f)=\frac{A_c}{2}\,\delta(f-f_c)+\frac{A_c}{2}\,\delta(f+f_c)$$



در فرکانس مثبت است در $-j$ ضرب میشود — در فرکانس منفی است در j ضرب میشود

$$\boxed{\hat{X}(f)=X(f)\,H(f)}=\frac{A_c}{2}j\,\delta(f+f_c)-\frac{A_c}{2}j\,\delta(f-f_c)$$

$$\hat{x}(t)=A_c\sin w_c t$$

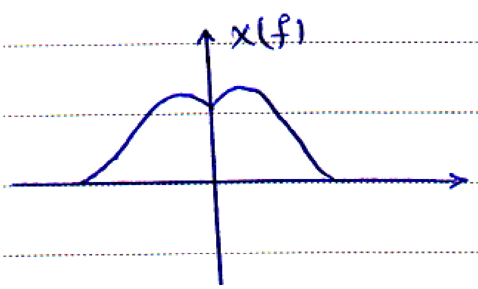
یادآوری:

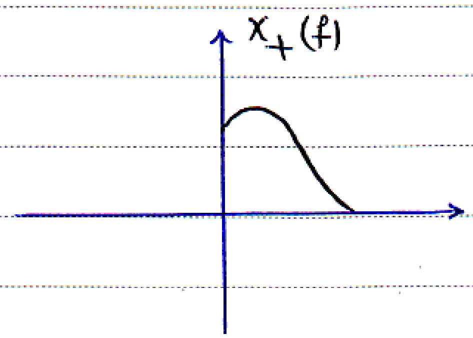
$$A_c\sin w_c t\xrightarrow{F}\frac{1}{2j}\delta(f-f_c)-\frac{1}{2j}\delta(f+f_c)$$

$$x_+(t)\triangleq\frac{1}{2}\left(x(t)+j\hat{x}(t)\right)$$

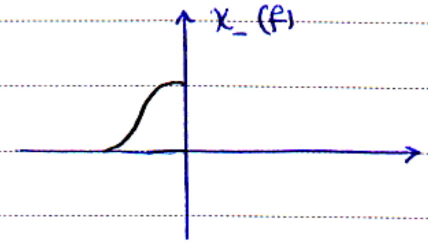
$$\rightarrow X_+(f)=\frac{1}{2}\left(X(f)+j\hat{X}(f)\right)=\begin{cases}\frac{1}{2}X(f)-\frac{1}{2}X(f) & f<0\\ \frac{1}{2}X(f)+0 & f=0\\ \frac{1}{2}X(f)+\frac{1}{2}X(f) & f>0\end{cases}=$$

$$\begin{cases}0 & f<0\\ \frac{1}{2}X(f) & f=0\\ X(f) & f>0\end{cases}=X(f)\,u(f)$$



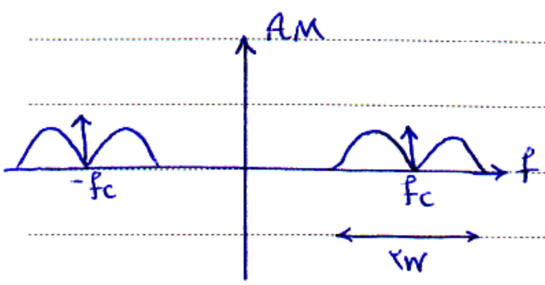


به طور مشابه برای تابع $x_-(t)=\frac{1}{2}\left(x(t)-j\hat{x}(t)\right)$ داریم: $X_-(f)=X(f)\,u(-f)$

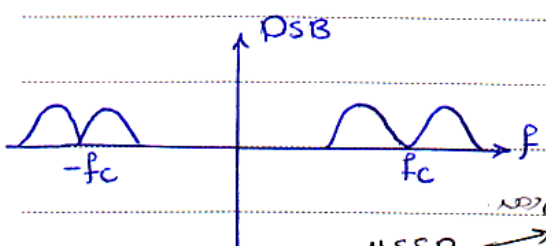


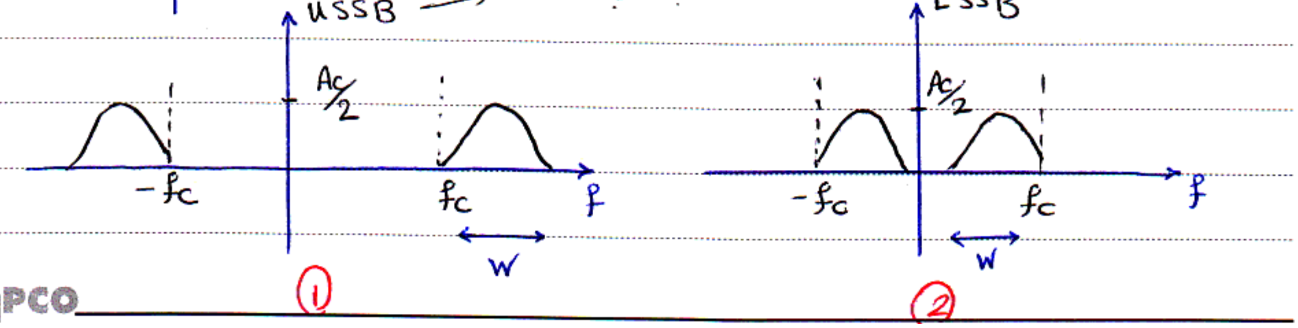
مدولاسیون SSB (تک باند کناری) Single side band

هرچند مدولاسیون DSB با حذف سیگنال حامل باعث کاهش توان ارسالی نسبت به AM می‌شود ولی پهنای باند ارسالی همچنان دو برابر پهنای باند سیگنال پیام است. سیگنال پیام یک سیگنال حقیقی است و لذا دو باند کناری آن نسبت به هم قرینه هستند و به عبارت دیگر فقط یک باند کناری تمام اطلاعات پیام را شامل می‌شود. پس با حذف یک کنار باند پهنای باند ارسالی به نصف کاهش می‌یابد.



توصیف SSB در حوزه فرکانس:





① : $x_c(f)=\left[X(f-f_c)\,u(f-f_c)+X(f+f_c)\,u(-f-f_c)\right]\dfrac{A_c}{2}$

② : $x_c(f)=\left[X(f+f_c)\,u(f+f_c)+X(f-f_c)\,u(-f+f_c)\right]\dfrac{A_c}{2}$

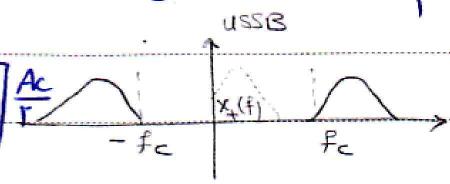
با مقایسه‌ی طیف سیگنال مدوله شده‌ی SSB با طیف سیگنال مدوله شده‌ی DSB نتیجه می‌گیریم:

$S_T=P_{sb}=\frac{1}{4}A_c^2 S_x$ راندمان: 100%

توصیف SSB در حوزه‌ی زمان:

هر چند تجسم SSB در حوزه‌ی فرکانس ساده است ولی توصیف آن در حوزه‌ی زمان مشکل است. برای USSB داریم:

USSB: $x_c(f)=\left[X_+(f-f_c)+X_-(f+f_c)\right]\dfrac{A_c}{2}$



$$\Rightarrow x_c(t)=\left[x_+(t)\,e^{j\omega_c t}+x_-(t)\,e^{-j\omega_c t}\right]\frac{A_c}{2}$$

$$\Rightarrow x_c(t)=\frac{A_c}{4}\left(x(t)+j\hat{x}(t)\right)e^{j\omega_c t}+\frac{A_c}{4}\left(x(t)-j\hat{x}(t)\right)e^{-j\omega_c t}\Rightarrow$$

$$x_c(t)=x(t)\left[\frac{A_c}{4}e^{j\omega_c t}+\frac{A_c}{4}e^{-j\omega_c t}\right]+\hat{x}(t)\left[\frac{jA_c}{4}e^{j\omega_c t}-\frac{jA_c}{4}e^{-j\omega_c t}\right]$$

$$=\left(\frac{A_c}{2}\cos\omega_c t\right)x(t)-\left(\frac{A_c}{2}\sin\omega_c t\right)\hat{x}(t)$$

به طور مشابه برای LSSB داریم:

$$x_c(f)=\frac{A_c}{2}\left(X_-(f-f_c)+X_+(f+f_c)\right)$$

به طور مشابه

$$\Rightarrow x_c(t)=\left(\frac{A_c}{2}\cos\omega_c t\right)x(t)+\left(\frac{A_c}{2}\sin\omega_c t\right)\hat{x}(t)$$

SSB : $x_c(t) = \frac{1}{2} A_c A_m \cos(\omega_c \pm \omega_m)t$

تبدیل فوریه FFT
عکس تبدیل فوریه IFFT
در matlab

Subject:
Year. Month. Date. ( )

USSB ← +
LSSB ← −

$$x_c(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \cos\omega_c t \underset{\text{USSB}}{\overset{\text{LSSB}}{\pm}} \frac{A_c}{2} \hat{x}(t) \sin\omega_c t$$

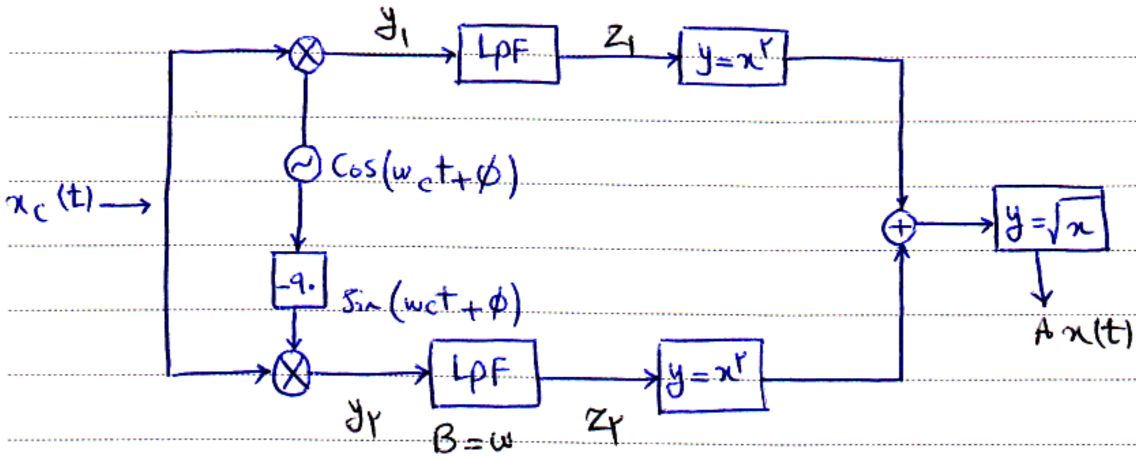
برمولفه‌های برای SSB داریم:

مولفه‌ی هم‌فاز: $x_{c_i}(t) = \frac{A_c}{2} x(t)$

مولفه‌ی ربعی: $x_{c_q}(t) = \pm \frac{A_c}{2} \hat{x}(t)$

پوش سیگنال: $A(t) = \frac{A_c}{2} \sqrt{x^2(t) + \hat{x}^2(t)}$

آشکارساز:



$$x_c(t) = A_c x(t) \cos\omega_c t$$

$$y_1(t) = A_c x(t) \cos\omega_c t \cos(\omega_c t + \phi) = \frac{A_c}{2} x(t) \left[\cos(2\omega_c t + \phi) + \cos\phi\right]$$

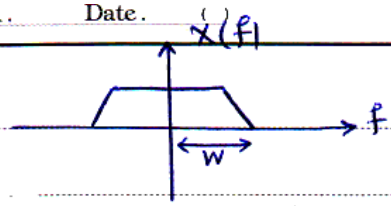
$$y_2(t) = A_c x(t) \cos\omega_c t \sin(\omega_c t + \phi) = \frac{A_c}{2} x(t) \left[\sin(2\omega_c t + \phi) + \sin\phi\right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \cos\phi \\ z_2(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \sin\phi \end{cases}$$

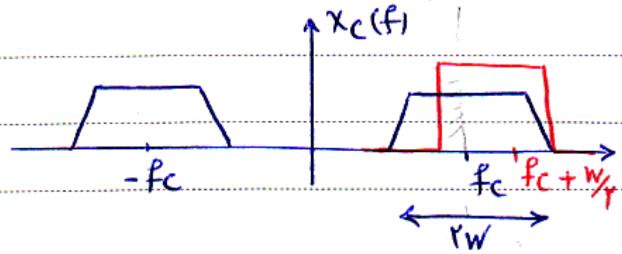
$\Rightarrow$ خروجی $= \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = \frac{A_c}{2} x(t) \sqrt{\cos^2\phi + \sin^2\phi} = \frac{A_c}{2} x(t)$

مدولاتور SSB:

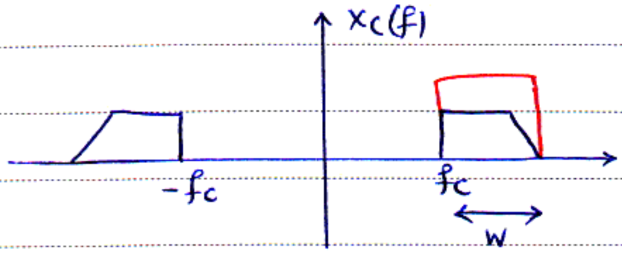
۱) استفاده از فیلتر



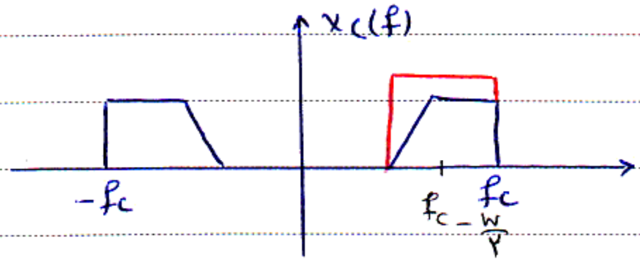
DSB:



USSB:



LSSB:

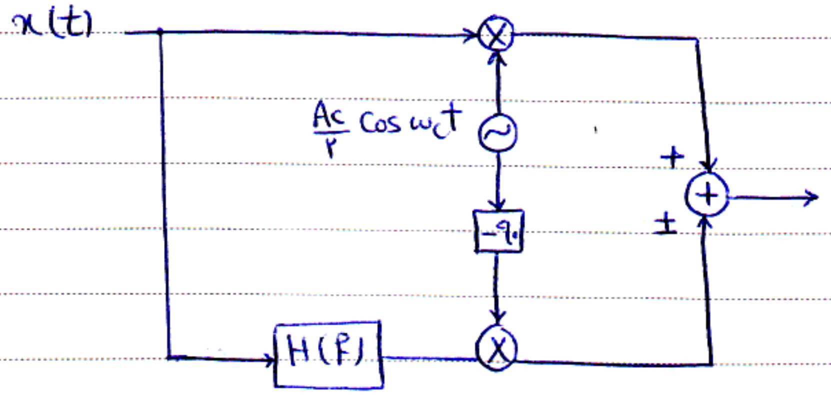


از نظر تئوری تولید SSB به آسانی و توسط یک فیلتر میان‌گذر با پهنای باند W و فرکانس مرکزی $f_c \pm \frac{W}{2}$
امکان‌پذیر است ولی در عمل قطع کامل در f_c صورت نمی‌گیرد و بنابراین از کنار باند ناخواسته نیز عبور می‌کند و کمی
از کنار باند مطلوب تضعیف می‌شود. (مدولاسیون VSB)

نکته: چنانچه سیگنال ارسالی، محتوای فرکانس پایین مهمی نداشته باشد (مثل صوت) استفاده از فیلتر
غیر ایده‌آل مشکلی پیش نمی‌آورد. VSB از فیلتر کردن DSB (AM) به نحوی که یک کنار باند
تقریباً به طور کامل عبور کند و از کنار باند دیگر تنها سایه یا ردی باقی بماند به دست می‌آید.

۲) مدولاتور تغییر فاز :

$$x_c(t) = \frac{A_c}{2}\,x(t)\cos\omega_c t \pm \frac{A_c}{2}\,\hat{x}(t)\underbrace{\sin\omega_c t}_{\cos(\omega_c t - 90^\circ)}$$



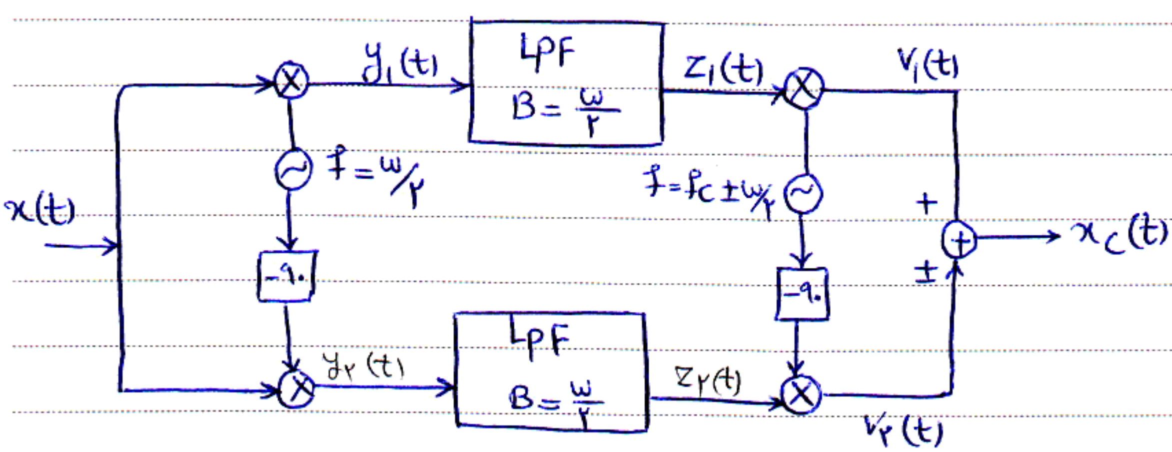
$$H(f) = \begin{cases} j & f<0 \\ 0 & f=0 \\ -j & f>0 \end{cases}$$

سیگنال $x_c(t)$ SSB شامل دو سیگنال DSB با سیگنال‌های پیام $x(t)$ و $\hat{x}(t)$ می‌باشد.

* در واقع در این روش نوار باندهای DSB را طوری تغییر فاز داده‌ایم که در یک طرف f_c با هم جمع می‌شوند و در یک طرف دیگر همدیگر را حذف می‌کنند.

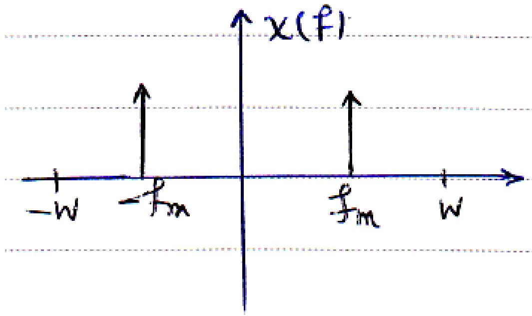
عیب این روش پیاده‌سازی سیستم $H(f)$ است که معمولاً به طور تقریبی ساخته می‌شود و باعث اعوجاج می‌شود.

۳) مدولاتور SSB ویور :

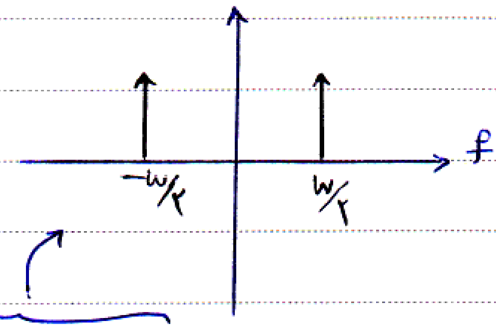


برای مدولاسیون تک آهنگ (monotone)

$x(t) = \cos w_m t$

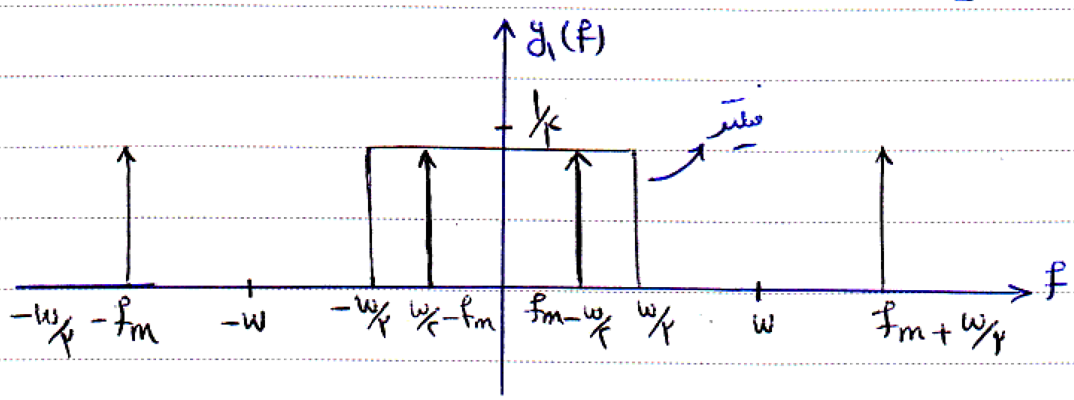


$f_m < w$



$y_1(t) = x(t) \cos ۲\pi f t = \cos ۲\pi f_m t \, . \, \cos ۲\pi \frac{w}{۲} t$

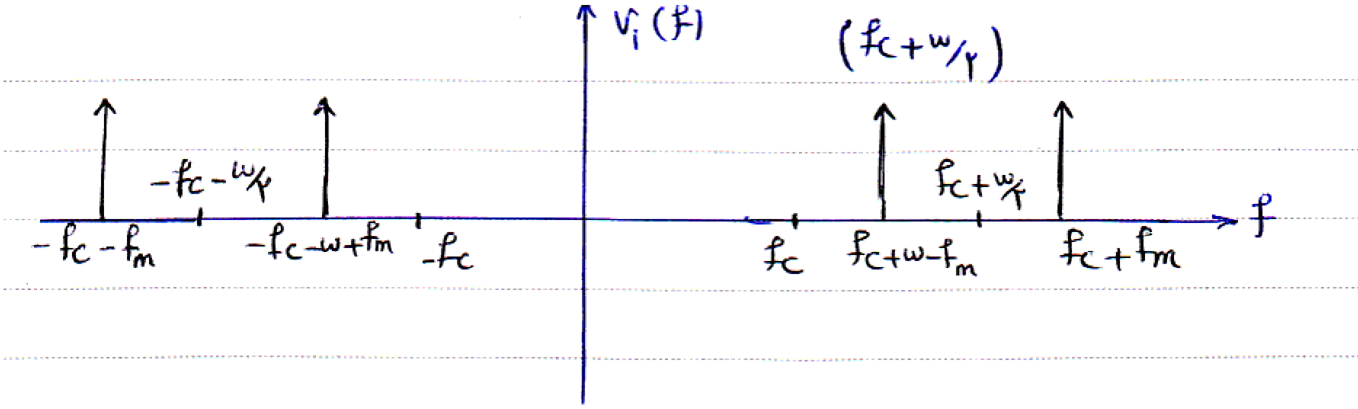
$y_1(t) = \frac{1}{۲}\left[\cos ۲\pi\left(f_m + \frac{w}{۲}\right)t + \cos ۲\pi\left(f_m - \frac{w}{۲}\right)t\right]$

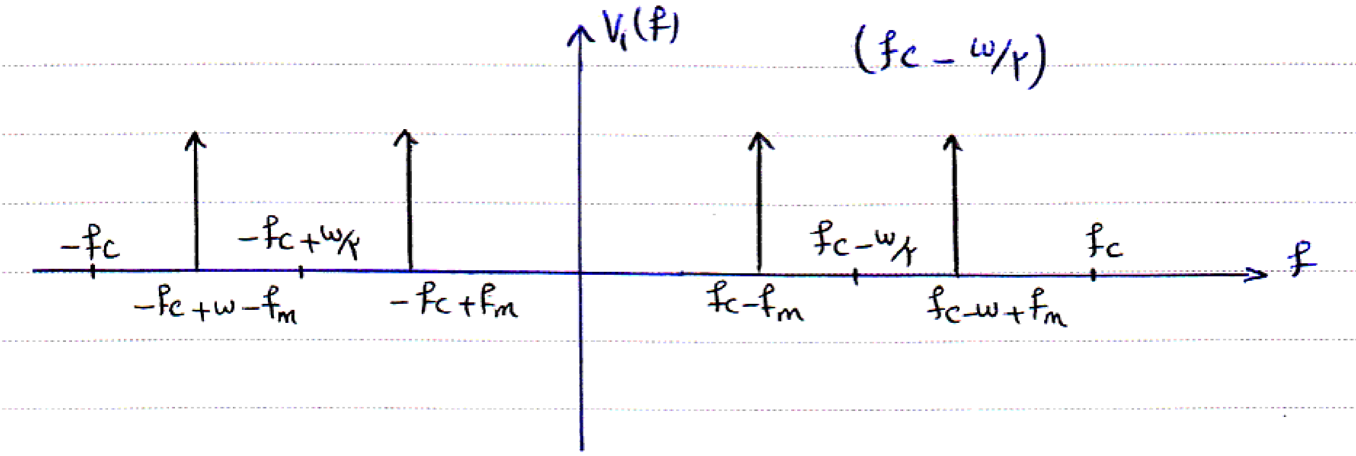


$Z_1(t) = \frac{1}{۲} \cos\left(f_m - \frac{w}{۲}\right) ۲\pi t$

$V_1(t) = \frac{1}{۲} \cos ۲\pi\left(\frac{-w}{۲} + f_m\right)t \, \cos ۲\pi\left(f_c \pm \frac{w}{۲}\right)t$

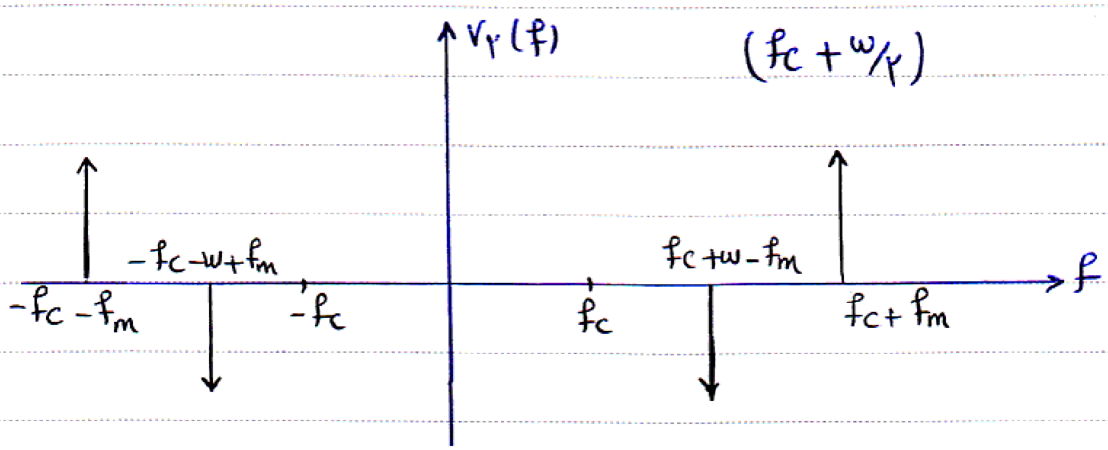
$= \frac{1}{۴}\left[\cos\left(f_c \pm \frac{w}{۲} - \frac{w}{۲} + f_m\right)۲\pi t + \cos ۲\pi\left(f_c \pm \frac{w}{۲} + \frac{w}{۲} - f_m\right)t\right]$

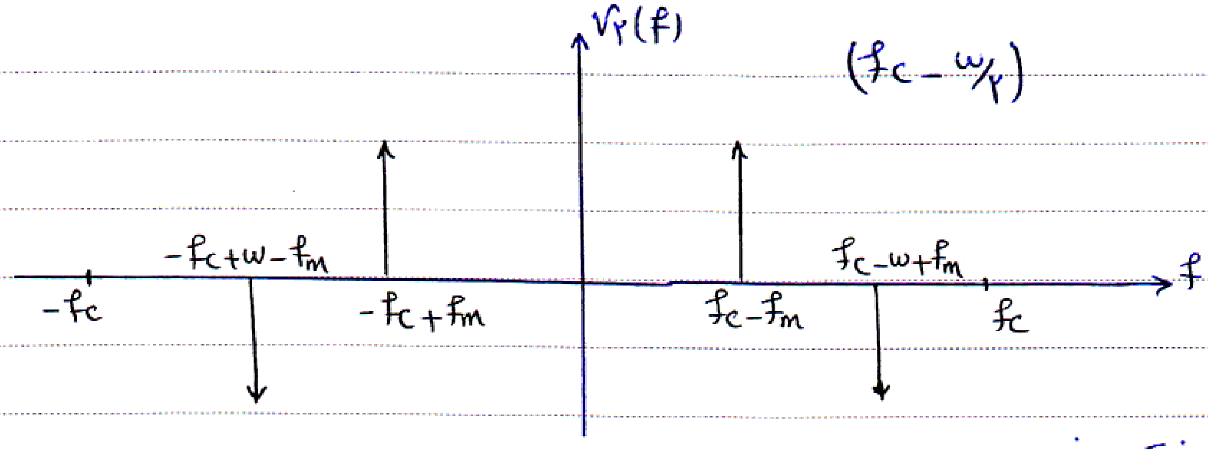




بطور مشابه برای $V_2(t)$ داریم :

$$V_2(t) = \frac{1}{4}\cos 2\pi\left(f_c \pm \frac{w}{2} - \frac{w}{2} + f_m\right)t - \frac{1}{4}\cos 2\pi\left(f_c \pm \frac{w}{2} + \frac{w}{2} - f_m\right)t$$





پس در نتیجه خروجی :

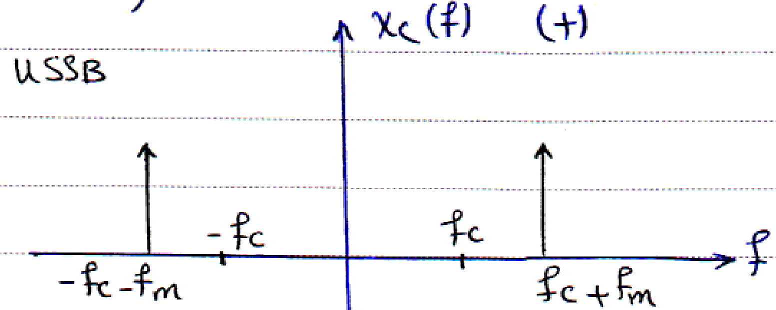
(+) $x_c(t) = v_1(t) + v_2(t) = 2 \times \frac{1}{4} \cos 2\pi \left(f_c + \frac{w}{2} - \frac{w}{2} + f_m\right) t =$

$\frac{1}{2} \cos 2\pi \left(f_c + f_m\right) t$

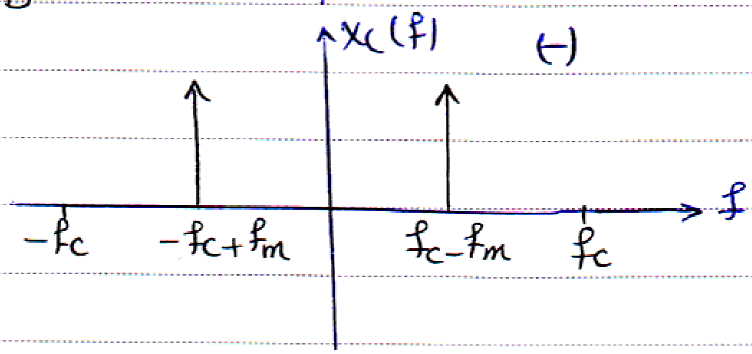
(−) $x_c(t) = v_1(t) - v_2(t) = 2 \times \frac{1}{4} \cos 2\pi \left(f_c - \frac{w}{2} + \frac{w}{2} - f_m\right) t =$

$\frac{1}{2} \cos 2\pi \left(f_c - f_m\right) t$

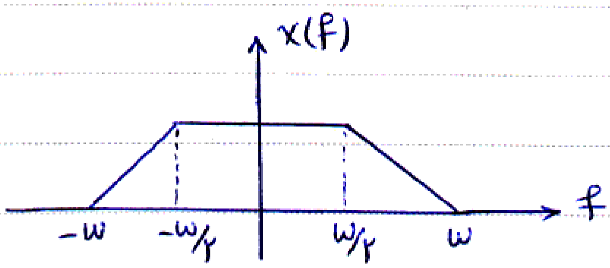
USSB



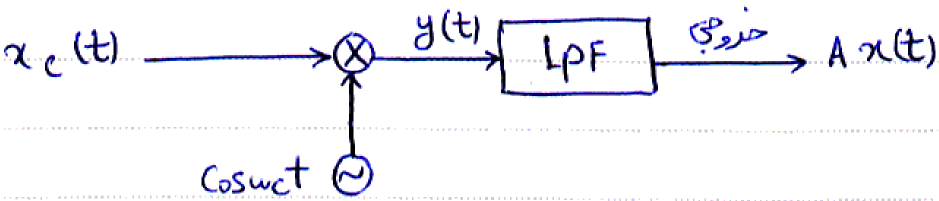
LSSB



تمرین) با در نظر گرفتن طیف سیگنال $x(f)$ خروجی مدولاتور SSB دیوور را بدست آورید؟



دمدلاتور حاصل ضربی (همزمان):



$$x_c(t) = \frac{A_c}{۲} x(t) \cos\omega_c t \pm \frac{A_c}{۲} \hat{x}(t) \sin\omega_c t$$

$$y(t) = \frac{A_c}{۲} x(t) \underbrace{\cos\omega_c t \cos\omega_c t}_{\frac{1+\cos ۲\omega_c t}{۲}} \pm \frac{A_c}{۲} \hat{x}(t) \underbrace{\sin\omega_c t \cos\omega_c t}_{\frac{\sin ۲\omega_c t}{۲}}$$

$$\Longrightarrow \text{خروجی} = \frac{A_c}{۴} x(t)$$

چنانچه به شکل غیرهمزمان داشته باشیم:

$$y(t) = \frac{A_c}{۲} x(t) \cos\omega_c t \cos(\omega_c t + \phi) \pm \frac{A_c}{۲} \hat{x}(t) \sin\omega_c t \cos(\omega_c t + \phi)$$

$$= \frac{A_c}{۴} x(t) \left[\cos(۲\omega_c t + \phi) + \cos\phi\right] \pm \frac{A_c}{۴} \hat{x}(t) \left[\sin(۲\omega_c t + \phi) - \sin\phi\right]$$