برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

سیستمهای مهندسی عمران

(Civil Engineering System)

مولف: **دکترمحمدهادی افشار**

دانشکده عمران

دانشگاه علم وصنعت ایران

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

سیستم های مهندسی عمران
(Civil Engineering System)

سیستمهای مهندسی عمران چیست

مهندسی عمران حرفه ای سازنده است. بطور اساسی نقش مهندس عمران نقشی از نوع هماهنگی، برنامه ریزی، طراحی و شکل دهی محیط خانگی و صنعتی بشر است. مهندسین عمران برای سازندگی باید از رفتار مواد مورد استفاده و مصنوعات ساخته شده تحت شرایط کاری کاملا آگاه باشند. به همین دلیل برنامه آموزشی مهندسان عمران بطور عام بر یادگیری چگونگی رفتار مواد، تحلیل آن و نیز پیشبینی رفتار آنها استوار شده است. آگاهی از علومی همچون مکانیک سازه ها، هیدرومکانیک، مکانیک خاک و تکنیکهای تحلیل رفتار آنها از ویژگیهای اساسی مهندسان عمران است. علیرغم اهمیت و ضرورت آگاهی از چنین علومی، نباید مهندسی عمران را یک حرفه کاملا تحلیلی پنداشت، بلکه در واقع عکس این مطلب صادق است: (تحلیل فقط وقتی اهمیت مییابد که با فرآیند هماهنگی همراه شود).

مهندسان عمران باید بتوانند رفتار پروژه طراحی شده مهندسی عمران را تحت شرایط کاری آن تحلیل و پیشبینی کنند. این کار بطور معمول از طریق ساختن "مدل ریاضی" مناسبی که در بردارنده قوانین معلوم مکانیکی (همچون تعادل، همخوانی ، خواص مواد، پایستاری انرژی و ...) است صورت میگیرد. حل این مدل ریاضی به یافتن مقادیری عددی برای پارامترهای رفتاری (همچون تنشها، تغییرمکانها، جریانها و ...) منجر میشود. فرآیند تحلیل بطور معمول به مجموعه واحدی از نتایج مورد نظر میانجامد که باید آنها را با مقادیر قابل قبول پارامترهای بدست آمده از آیین نامه ها و سایر منابع مقایسه کرد.

بدیهی است که طراحی هر پروژه ای بسیار مشکل تر از تحلیل آن است. البته طراحی پروژه نیز در صورت بازگشت پذیر بودن فرآیند تحلیل – کم و بیش – ساده میشد، که اینگونه نیست. محال است با شروع از مجموعه ای از معیارهای طراحی (همانند آنچه در آیین نامه های مهندسی آمده است) و بدون نیاز به انجام تصمیم گیریهایی در مورد شکل و ابعاد سازه بتوان بطور مستقیم به طرحی یکتا از سازه یا پروژه مورد نظر رسید که معیارهای طراحی مورد اشاره را تامین کند. برای مثال رعایت مجموعه معیارهای همخوانی – بجز در موارد بسیار ساده و بدیهی – به طرحی یکتا منجر نمیشود. در حالت کلی تعداد طرحهایی که معیارهای پذیرفتنی بودن طرح را تامین میکنند، بسیار زیاد خواهد بود; و لذا انتخاب طرحی یکتا مستلزم تصمیماتی است که همه طرحهای جایگزین بجز طرح مورد نظر را حذف میکند. بدین ترتیب مرحله طراحی، برخلاف مرحله تحلیل که امکان گزینش در آن وجود ندارد، در واقع نمایشگر فرآیندی از نوع فرآیند تصمیم گیری است.

در حقیقت همین تصمیم گیریهاست که مرحله طراحی را برای دانشجویان مهندسی عمران مشکل مینمایاند. سؤال اینجاست که چگونه میتوان امکان تصمیم گیری درست و مناسب را برای مهندسان تازه کار فراهم کرد. بدیهی است که تصمیمهای نامناسب – در هر مرحله از مراحل طراحی – سرانجام به طرحی منجر میشود که ساخت آن مشکل یا پرهزینه است و یا اینکه معیارهای پذیرفتنی بودن طرح را تامین نمیکند. آیا میتوان روشهای تصمیم گیری درست را آموزش داد. بسیاری از دوره های دانشگاهی مهندسی عمران تا همین اواخر برخوردی محتاطانه با این سؤال داشته و در نتیجه بجای پرداختن به مسأله تصمیم گیری و طراحی، بیشتر بر روی تحلیل تمرکز کردهاند. بسیاری در جهت حمایت از چنین سیاستهایی عقیده دارند که قدرت تصمیم گیری و طراحی مناسب را تنها میتوان از طریق تجربه و آنهم در دفاتر طراحی – و نه در کلاس درس دانشگاه ها – بدست آورد. البته چنین نظری تا حدی درست است، ولی هرگز نباید پنداشت که تجربه عملی تنها راه رسیدن به تصمیم گیری درست است. تکنیکهای کمی بسیار زیادی وجود دارند که امکان تصمیم گیری مناسب را بر اساس اصول منطقی فراهم میکنند.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

در واقع سیستمهای مهندسی عمران با تکنیکهای تصمیم گیری کمی – قابل استفاده در مراحل مختلف برنامه ریزی، طراحی، اجرا و بهره برداری پروژه های مهندسی عمران– سر و کار دارند. به عبارت دیگر، مهندس سیستمهای عمران، بجای ابعاد تحلیلی بیشتر بر روی ابعاد هماهنگ سازی مهندسی عمران تاکید میکند. البته مهندسی سیستم نیز از همان رهیافت مدلسازی ریاضی مورد استفاده در مرحله تحلیل پروژه های مهندسی عمران استفاده میکند، ولی در این جا، بجای ساختن مدلی ریاضی جهت تحلیل مساله و یافتن مقادیر پارامترهای رفتاری، از مدل ریاضی دیگری – که حل آن مقادیر پارامترهای طراحی (همچون تعداد، ابعاد و پیکربندی) را بدست میدهد– استفاده میشود. در واقع مهندسی سیستمهای عمران با چنین مدلهایی سر و کار دارد.

کلمه "سیستم" معانی متفاوتی دارد و لذا بهتر است قبل از هر چیز معنی این کلمه را به مفهومی که در عبارت "مهندسی سیستمهای عمران" بکار گرفته شده است، تعریف کنیم. کلمه "سیستم" در لغت نامه دقیق آکسفورد به معنی "روش، سازمان، اصول بکار گرفته شده در شیوه ها، (اصول) دسته بندی" معنی شده است. "نظام مند" یکی از مشتقات نزدیک این کلمه است که معانی مختلفی چون "روشمند، مطابق برنامه و نه به صورت اتفاقی و غیرعمدی، دسته بندی شده" برای آن منظور شده است. بر اساس این تعریفها میتوان مهندسی سیستمهای عمران را به منزله مطالعه روشها و شیوه های نظام مند تصمیم گیری در مهندسی عمران دانست. بعبارت دیگر مهندسی سیستمهای عمران را میتوان از طریق عبارت "تصمیم گیری نظام مند در مهندسی عمران" بهتر معنی کرد.

یکی از مشترکات مهم تعریفهای لغتنامه ای، مفهوم کلمات "دسته بندی" و"دسته بندی شده" است. مهندسی سیستمهای عمران با بررسی ساختارهای ریاضی روشهای تصمیم گیری در زمینه های مختلف مهندسی عمران، حدود ریاضی مشابه را شناسایی و سپس تصمیم گیری را بر اساس این شکلهای مشابه تقسیم بندی میکند. بدین معنی میتوان بین مهندسی سیستمها و مکانیک سازه ها مشابهت هایی یافت. برای مثال تحلیل انواع مختلف سازه ها همچون تیرها، صفحات، پوسته ها و نظیر آن– علیرغم تنوع بسیار زیاد آنها – تنها با استفاده از چند تکنیک محدود صورت میگیرد. بررسیهای انجام شده نشان داده است که رفتار این سازه ها – علیرغم تفاوت ظاهری– همانند است. بر این اساس اطلاع کافی از مباحثی چون کشسانی خطی ، نظریه کشسان – خمیری ، نظریه خمیری ونظریه کمانش امکان تحلیل همه این سازه ها را فراهم میکند. بر این اساس، تحلیل سازه ها دانشی دسته بندی شده است. تلاش سیستمهای مهندسی عمران بر دسته بندیهایی از این نوع در زمینه تصمیم گیریهای مهندسی عمران متمرکز شده است. مهندسی سیستمهای عمران ابداع روشهای پایه ای مورد نیاز برای بررسی، تقسیم بندی و حل مسائل مربوط به تصمیم گیری در زمینه مهندسی عمران را برعهده دارد. پیشتر به ایده ای که بر اساس آن نمیتوان جایگزین مناسبی را برای تجربه در زمینه تصمیم گیری خوب پیدا کرد، اشاره کردیم. این اعتقاد را البته به همراه اصلاحاتی میتوان پذیرفت. برای مثال در مورد مسائلی از نوع بیشینه کردن سود، این امکان وجود دارد که تجربیات موجود در این زمینه را به گونه ای به برخی اصول پایه ای و منطقی مربوط کرد. به عبارت دیگر باید بتوان تجربیات را به صورت چهارچوبها و قالبهایی منطقی درآورد، در غیر این صورت پیروی کورکورانه از تجربیات گذشته به بن بست منجر خواهد شد. سیستمهای مهندسی عمران سعیمیکند تا چهارچوبهایی پایه ای را – نه به منزله جایگزینی برای تجربه بلکه برای افزایش کارآیی آن – به منظور تصمیم گیری درست فراهم کند.

سیستمهای مهندسی عمران به این معنا همین اواخر متولد شده است. در واقع مطالعه نظام مند مسائل تصمیم گیری تا قبل از جنگ دوم جهانی به صورت عملی وجود خارجی نداشت. در این جنگ نیروهای زمینی و دریایی و هوایی در مقیاس جهانی وارد عمل شدند. به همین دلیل تدارکات و هماهنگی عملیات تاکتیکی و استراتژیک آنها با مشکلات و مسائل بسیار زیادی همراه بود. به زودی ناکافی و ناکارا بودن برنامه ریزی هایی که تنها بر اساس تجربیات گذشته استوار شده بود، بر همگان روشن شد. برای حصول اطمینان از اینکه تولیدات کارخانه های جنگی همه نیازهای پیشبینی شده را در محل و زمان مناسب تامین کند، باید از روشهای برنامه ریزی و پیشبینی جدید مبتنی بر اصول ریاضی استفاده میشد. پس از پایان جنگ معلوم شد که از همین روشها و یا روشهای جدیدتر میتوان برای بازسازی و فعال کردن صنعت زمان صلح نیز استفاده کرد. فعالیتهای

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

تحقیقاتی صورت گرفته در زمینه روشهای برنامه ریزی در حول و حوش سال 1950 به قدری افزایش یافت که به تولد دانش جدیدی موسوم به تحقیق در عملیات یا OR منجر شد. OR، همانگونه که از نام آن برمیآید، با برنامه ریزی، ارزیابی و کنترل سیستمهای عملیاتی (همچون سیستمهای تولیدی و تجارتی) سر و کار دارد. پس از آن و در سالهای1960 توجه و تمرکز بیشتر بر روی روشهای طراحی این سیستمها – بجای بهره برداری از آنها – به تولد دانش دیگری موسوم به "مهندسی سیستمها " منجرشد. OR و مهندسی سیستمها هر دو تامین کننده پایه هایی فلسفی و روش شناسی سیستمهای مهندسی عمران هستند. به عبارت دقیقتر، تصمیم گیری در زمینه طراحی بر عهده مهندسی سیستمها و تصمیم گیری در زمینه برنامه ریزی، اجرا، بهره برداری و مدیریت بر عهده OR است. از آنجایی که امروزه OR و مهندسی سیستمها در بسیاری از زمینه ها هم پوشانند، لذا هر دو آنها را میتوان علم تصمیم گیری نظام مند دانست.

این نوشتار را باید به منزله مقدمه ای بر موارد استفاده مهندسی سیستمها وOR در زمینه مسائل مهندسی عمران به حساب آورد. زیرا که موارد استفاده آنها بسیار گسترده تر از مطالب ارائه شده در این نوشتار است. در این نوشتار تنها روشهایی که با مسائل مهندسی عمران ارتباط بیشتری دارند، معرفی شده و مطالب دیگر مهندسی سیستمها و OR از آن حذف گردیده اند. علاوه بر این مطالب مفید دیگری همچون نظریه انبارداری ، نظریه صف و برخی مطالب دیگر نیز به دلیل کمبود جا، مورد بررسی قرار نگرفته اند. بنابراین نوشتار حاضر را میتوان مقدمه ای بر کاربرد مهندسی سیستمها و OR در مهندسی عمران دانست. یکی از ویژگیهای مهم روشها و مفاهیم مورد استفاده در سیستمهای مهندسی عمران این است که امکان استفاده از آنها در زمینه مسائل خارج از حوزه مهندسی عمران به همان اندازه مسائل مهندسی عمران وجود دارد، و به عبارت دیگر امکان مطالعه نحوه کار دنیای خارج از حوزه مهندسی عمران را نیز فراهم میکنند. در این مرحله با بازگشت به حوزه مهندسی عمران، انواع تصمیم گیریهایی را که تبدیل یک ایده را به یک پروژه مهندسی عمران امکان پذیر میکند، مورد بررسی دقیق قرار میدهیم.

مراحل پروژه های عمران:

۱- برنامه ریزی
۲- طراحی
۳- ساخت و اجراء (نصب و راه اندازی)
۴- بهره برداری

اهمیت نسبی این مراحل با توجه به طبیعت و اندازه پروژه مورد نظر متفاوت خواهد بود، ولی در هر صورت همه این مراحل را در هر پروژه ساده ای نیز میتوان تشخیص داد. هر یک از مراحل مختلف پروژه های مهمی همچون پروژه احداث فرودگاه یا تصفیه خانه، فاضلاب و نظیر آن در بردارنده تصمیم گیریهای بسیار زیادی خواهد بود. در اینجا با بررسی تفصیلی هر یک از مراحل بالا نوع تصمیم گیریهای هر مرحله را مورد بررسی قرار میدهیم. بدین منظور توصیهمیکنیم که خواننده همواره پروژه بزرگی همچون پروژه فرودگاه یا تصفیه خانه را مدنظر داشته باشد.

۱- مرحله برنامه ریزی

با اینکه مرحله برنامه ریزی را باید قبل از سایر مراحل پروژه مد نظر قرار داد، ولی این مرحله ممکن است با مرحله طراحی نیز همپوشانی داشته باشد. درمرحله برنامه ریزی، که با ایده ای اجمالی در مورد پروژه مورد نظر آغاز میشود، ایده مورد نظر از زوایای مختلف مورد بررسی قرار میگیرد. شاید بتوان ادعا کرد مهمترین تصمیماتی که در این مرحله گرفته میشوند،

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

تصمیماتی هستند که ضرورت ادامه یا توقف بررسی بیشتر ایده پروژه مورد نظر را تعیین میکنند. بدین منظور باید سؤالات بسیاری را که برخی از مهمترین آنها در زیر ارائه شده است پاسخ داد:

آیا پروژه واقعا مورد نیاز است

میزان هزینه های پروژه چقدر خواهد بود

منافع حاصل از اجرای پروژه چیست

محل اجرای پروژه کجاست

ابعاد پروژه چقدر است

اجرای پروژه چه تاثیری بر روی محیط زیست خواهد داشت

هزینه های پروژه از کجا تامین میشود

تامین هزینه های پروژه چگونه صورت خواهد گرفت

چه گزینه های جایگزینی وجود دارد

مزایا و معایب این گزینه ها کدامند

بدیهی است که این فهرست را میتوان با سؤالات دیگری کامل کرد. ویژگی همه این سؤالات این است که همه آنها سؤالاتی کلی ولی در عین حال محتاج پاسخهایی دقیق و تفصیلی اند.

در پروژه های بزرگ، مهندس عمران در مورد همه مسائل مربوط به برنامه ریزی تصمیم گیری نخواهد کرد. برای مثال تصمیم نهایی در مورد ادامه یا توقف پروژه فرودگاهی جدید در سطح دولت گرفته خواهد شد. سایر تصمیمات مربوط به مرحله برنامه ریزی پروژه نیز بطور معمول توسط کمیته های ویژه محلی گرفته میشود. بدین ترتیب بسیاری از تصمیمات مهم این مرحله بر اساس ملاحظاتی غیر از ملاحظات مهندسی عمران گرفته میشود. با اینکه مهندسان عمران شخصا در این زمینه ها تصمیم گیری نمیکنند، ولی مسؤلیت تهیه برخی از اطلاعات تخصصی برای تصمیم گیران نهایی بر عهده آنهاست. در واقع ارائه مشاوره تخصصی به تصمیم گیران مستلزم استفاده از تخصصها و حرفه های متنوع و متفاوتی است. جواب سؤالاتی همچون اندازه و هزینه های پروژه و گزینه های جایگزین آن بر عهده مهندسین عمران است. سؤالات مربوط به منافع احتمالی حاصل از اجرای پروژه به حوزه اقتصادی – اجتماعی و کارشناسان آن مربوط میشود. پاسخ سؤالات مسائل زیست محیطی پروژه نیز مستلزم مطالعات تخصصی در این زمینه است. بدین ترتیب ملاحظه میشود که برنامه ریزی پروژه بطور اساسی فعالیتی گروهی و همه جانبه است. بدیهی است که هر یک از اعضای این گروه باید ضمن آگاهی از فعالیت و پاسخهای سایر متخصصان، مشاوره؛ لازم را در زمینه تخصصی خود به تصمیم گیران ارائه کند.

در واقع هدف از مرحله برنامه ریزی آگاهی دادن به تصمیم گیران در مورد گزینه های جایگزین پروژه مورد نظر است. بدین منظور باید چند طرح جایگزین را –که ابعاد مختلفی دارند و از روشها و مفاهیم متفاوتی استفاده میکنند – به آنها ارائه داد. بدیهی است که هر یک از طرحهای پیشنهادی باید از نظر تکنیکی، ممکن بوده و هزینه های کل آن نیز برآورد شده باشد. علاوه بر این، گروه برنامه ریزی باید توازن بین هزینه ها، دستاوردها، مزایا و معایب هر یک از طرحها را بررسی و نتایج آن را به تصمیم گیران عرضه کند. این نتایج امکان تصمیم گیری و انتخاب را برای مسؤولین برنامه ریز فراهم میکند.

مطالعات مربوط به امکانسنجی هر یک از طرحهای جایگزین از وظایف مهندسان عمران عضو گروه برنامه ریزی است. امکان و هزینه های اجرایی طرحهای مختلف پیشنهاد شده برای یک پروژه (مثلا پروژه فرودگاهی جدید) باید از دیدگاه مهندسی عمران مورد مطالعه و ارزیابی قرار گیرد. تعیین مشخصات هر یک از طرحهای پیشنهادی مستلزم تصمیم گیریهای متفاوتی (همچون تعیین تعداد باندها، طول و جهت آنها، نوع امکانات پایانه ای، امکانات تعمیرات و نگهداری، توقفگاه خودروها و تعداد و ابعاد آنها) است. بدیهی است که برخی از این تصمیمات مخصوص مرحله طراحی است و در این مرحله نیازی به وارد شدن در جزئیات طراحی چنین تصمیم گیریهایی نخواهد بود. مرحله برنامه ریزی تنها نیازمند تصمیم گیریهایی کلی در مورد اجزا» پروژه است تا بدین ترتیب امکان برآورد هزینه های تقریبی هر یک از طرحها فراهم گردد. بدین ترتیب در مطالعات

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

امکانسنجی ، امکان اجرای طرحها هم از نظر فنی و هم از نظر هزینه ها مورد بررسی قرار میگیرد. در واقع شاید بتوان امکان اجرای همه طرحها را از نظر فنی فراهم کرد ولی طبیعی است که این امر به هزینه های بیشتری منجر میشود. بدین ترتیب مطالعات امکانسنجی را در واقع میتوان نوعی از "مدلسازی هزینه ها" بشمار آورد. بدیهی است که در شرایط کاملا مساوی، طرح با هزینه کمتر بیشتر مورد توجه قرار خواهد گرفت.

در صورت وجود چند طرح جایگزین همواره باید امکان مقایسه آنها را با یکدیگر فراهم کرد. برای مثال اگر برای بهسازی و افزایش کارایی یکی از طرحها تلاش زیادی بکار رفته، در حالی که طرح دیگر تنها به صورت اجمالی بررسی شده باشد، مقایسه و گزینش بین آنها بسیار مشکل خواهد بود. بنابراین همواره باید اساس مشترکی برای مقایسه طرحهای جایگزین وجود داشته باشد.

همانگونه که در این نوشتار نشان داده خواهد شد، چنین اساس مشترکی درصورت استفاده از روشهای تصمیم گیری نظام مند وجود خواهد داشت. همه اعضای مؤثر در فرآیند برنامه ریزی را باید به گرفتن بهترین تصمیم تشویق کرد. تامین این هدف از هر طریقی، رسمی و غیررسمی، از طریق تجربه یا به طرق ریاضی، به معنی دستیابی به تصمیم بهینه است. سیستمهای مهندسی عمران در واقع با فرآیندهای بهینه سازی سر و کار دارند.

۲- مرحله طراحی

مرحله طراحی پس از پایان تصمیم گیریهای اصلی مرحله برنامه ریزی آغازمیشود. بدیهی است که آغاز این مرحله به معنی تصمیمی مبنی بر ادامه پروژه مورد نظر است. علاوه بر این آغاز مرحله طراحی بدین معنی است که طرح خاصی از بین طرحهای جایگزین انتخاب شده است که پس از این باید به منزله چهارچوبی از سوی طراح مدنظر قرار گیرد. برای مثال در مورد احداث فرودگاه جدید اکنون باید محل فرودگاه، تعداد، طول و جهت باندها، گنجایش امکانات پایانه ای و تعمیر و نگهداری معلوم شده باشد. به عبارت دیگر، در این مرحله باید طرحی همراه با مشخصات اجمالی آن در دسترس باشد. مرحله طراحی را در واقع باید مرحله تعیین مشخصات تفصیلی طرح مورد نظر دانست. بدیهی است که این مرحله از مسؤولیتهای اصلی مهندسین عمران است.

مرحله طراحی را میتوان متشکل از دو بخش "طراحی کلان" و "طراحی خرد" دانست. معمولا طرح اجمالی تهیه شده در مرحله قبلی به اندازه ای کلی و در نتیجه انعطاف پذیر است که امکان اعمال خلاقیتهای مهندسان عمران را در این مرحله فراهم میکند. برای مثال فرض کنید که طرح اجمالی تهیه شده در مورد فرودگاه جدید دارای توقفگاهی زیرزمینی برای پنج هزار خودرو باشد. تهیه و پیشنهاد طرحی که تامین کننده نیازمندیهای پیشبینی شده در طرح اجمالی باشد از وظایف مرحله طراحی کلان است. تهیه چنین طرحی مستلزم تصمیم گیریهایی در مورد موضوعات زیر است:

چه تعداد توقفگاه باید پیشبینی شود

ابعاد هر توقفگاه چه مقدار باشد

محل توقفگاه ها کجا باشد

تعداد طبقات هر یک از توقفگاه ها چه تعداد باشد

راه های دسترسی به توقفگاه ها چگونه باشد

موقعیت توقفگاه ها نسبت به پایانه ها چگونه باشد

تصمیماتی که در مرحله طراحی کلان گرفته میشود شبیه تصمیماتی است که قبلا در مطالعات امکانسنجی مرحله برنامه ریزی گرفته شده بود. با این تفاوت که در این مرحله باید مشخصات تفصیلی طرح اجمالی را به گونه ای که آن را آماده مرحله طراحی خرد کند تعیین شود. طراحی جزئیات اجزای پروژه از قبیل ابعاد اجزاء ،اتصالات، پیکربندی و نظیر آن در مرحله طراحی خرد انجام میشود.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

اغلب تصمیم گیریهای مرحله طراحی کلان به مسائلی (از قبیل هزینه و مسائل فنی اجرایی) مربوط میشود. در این زمینه میتواند از مدلهای هزینه ای برای انتخاب طرح مناسب از بین طرحهای جایگزین استفاده شود. در این مرحله هم، فرآیند تصمیم گیری به اطلاعاتی فراتر از اطلاعات تهیه شده در دفتر طراحی نیاز است. برای مثال تصمیم گیریهای مرحله طراحی را نمیتوان مستقل از روشها و ابزار اجرای پروژه انجام داد و لذا مرحله طراحی و مرحله اجرا هم پوشانی خواهند داشت. علاوه بر این باید استفاده کنندگان پروژه را نیز در این مرحله مد نظر داشت. آیا چنین طرحی امکان استفاده مناسب آیندگان را از آن فراهم میکند بدین ترتیب میبینیم که هدف مرحله طراحی نیز گرفتن بهترین تصمیمات است و لذا این مرحله نیز نمایشگر فرآیندی از نوع بهینه سازی است.

در مرحله طراحی خرد، تاثیر تصمیمات گرفته شده در مرحله برنامه ریزی به حداقل کاهش مییابد; ولی در عوض، طراحی جزئیات اجزای پروژه تا حد زیادی تحت تاثیر نیازهای مرحله اجرایی (مثلا اجرای ارزان و آسان) و همچنین طراحی اجزای غیر عمرانی طرح قرار خواهد داشت. در حالت کلی طرح اجزای عمرانی باید با طرح اجزای غیرعمرانی طرح همچون اجزاء الکتریکی، مکانیکی، حرارتی و تهویه مناسب هماهنگ باشد. هدف اصلی این مرحله از طراحی نیز گرفتن بهترین تصمیمات ممکن است. مرحله طراحی خرد با "تهیه نقشه های کامل اجرایی" برای همه اجزای طرح پایان میپذیرد. پایان مرحله طراحی را در واقع میتوان آغاز مرحله اجرای طرح بشمار آورد.

۳- مرحله اجرایی

مرحله اجرایی، طرح تهیه شده برای پروژه را به واقعیت خارجی تبدیل میکند که در آن مسئولیت کارهای اجرایی بر عهده مهندسان پیمانکار پروژه خواهد بود. بطور معمول هدف کلی پیمانکار در مرحله اجرایی این است که ضمن خاتمه کارهای اجرایی پروژه در مدت زمان پیشبینی شده و بر اساس طرح تهیه شده از سوی مهندسان طراح، میزان سود خود را نیز بیشینه کند. پیمانکار برای رسیدن به این هدف باید عملیات اجرایی پروژه را به صورتی دقیق طراحی کند. این امر مستلزم تصمیم گیریهایی است که نمونه هایی از آن در زیر ارائه شده است:

بهترین ترتیب برای انجام فعالیتهای اجرایی کدام است
مدت زمان لازم برای انجام هر یک از فعالیتها چقدر است
چه ابزارهایی برای انجام هر یک از فعالیتها لازم است
تعداد نیروی انسانی مورد نیاز هر فعالیت چقدر است
تخصیص نیروی انسانی و ماشین آلات موجود به هر یک از فعالیتها چگونه باشد
هزینه انجام هر یک از فعالیتها چقدر خواهد بود
آیا مصالح مورد نیاز هر یک از فعالیتها در زمان مناسب تامین خواهد شد
آیا پول کافی برای پرداخت هزینه ها در اختیار خواهد بود

همانگونه که می بینیم تعداد بسیار کمی از تصمیمات پیمانکار از نوع تصمیم گیریهای فنی است. در برخی موارد پیمانکار برای تسهیل کار اجرایی پروژه، با مشورت طراحان در طرح تغییراتی جزئی میدهد. علاوه بر این بروز برخی مشکلات پیشبینی نشده (همچون مشکلات ناشی از آب زیرزمینی یا خواص نامطلوب لایه های زیرین خاک بستر و نظیر آن) ممکن است به بررسیهای تخصصی بیشتری نیازمند باشد. بدین ترتیب این مرحله نیز ممکن است همپوشانیهایی با مرحله طراحی داشته باشد. با این حال اکثر تصمیمات پیمانکار در این مرحله ازنوع تدارکاتی – و نه فنی – است. علاوه بر این پیمانکار ممکن است مجبور شود تا تصمیمات قبلی خود را در اثر تغییر شرایط کاری عوض کند. برای مثال پیمانکار مجبور خواهد بود که تخصیص قبلی نیروهای انسانی به فعالیتهای مختلف را درصورت تغییر شرایط اجرایی کار بازنگری و اصلاح کند. بدین ترتیب پیمانکار در طول اجرای پروژه همواره در حال تصمیم گیری خواهد بود. اکثر این تصمیم گیریها به حصول اطمینان از در

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

دسترس بودن نیروی انسانی، ماشین آلات و مواد مورد نیاز و همچنین تخصیص این منابع به فعالیتهای اجرایی مختلف مربوط میشود.

شاید بتوان ادعا کرد که مرحله اجرایی بیش از سایر مراحل پروژه به بکارگیری روشهای نظام مند برنامه ریزی نیازمند است. پیچیدگی روابط بین نیروهای انسانی، ماشین آلات، مواد، زمان و پول و همچنین تاثیرپذیری آن از میزان تدارک و تقاضای این منابع به قدری زیاد است که برنامه ریزی کار اجرایی پروژه های بزرگ بر اساس تجربه کاری عملا نشدنی است. بر این اساس طبیعی است که بسیاری از روشهای شرح داده شده در این نوشتار در مرحله اجرایی پروژه مورد استفاده زیادی داشتهباشند. در واقع پیچیدگی برنامه ریزی کار اجرایی پروژه ها باعث شده است تا امروزه مرحله اجرایی پروژه ها زمینه تحقیق مساعدی برای ابداع روشهای جدید تصمیم گیری باشد. بدین ترتیب میتوان مشاهده کرد که هدف نهایی مرحله اجرایی نیز از نوع بهینه سازی به مفهوم "اجرای بهینه با استفاده از منابع در دسترس" است.

٤ - مرحله بهره برداری

آخرین مرحله از مراحل پروژه های مهندسی عمران، مرحله بهره برداری است که علیرغم اهمیت زیاد آن معمولا مورد غفلت قرار میگیرد. این مرحله در برخی از پروژه ها واضح و مهم و در برخی کم اهمیت و مبهم است. برای مثال بهره برداری از پروژه های فرودگاه یا تصفیه خانه در واقع هدف نهایی این پروژه هاست. در حقیقت سه مرحله اول پروژه را در صورتی میتوان موفقیت آمیز دانست که امکان بهره برداری کاراً از پروژه کامل شده را فراهم کنند. اگرچه مهندسان عمران درگیر با مرحله طراحی و اجرا بطور معمول در کار مرحله بهره برداری دخالتی ندارند. ولی به هر حال این مرحله نیز همانند مراحل قبلی از مسؤولیتهای مهندسان عمران است.

طراحی و اجرای پروژه های مهندسی عمران بطور معمول بوسیله بخش خصوصی صنعت مهندسی عمران انجام میشود. ولی بخش عمده ای از صنعت مهندسی عمران بخش دولتی آن است. بسیاری از مهندسان عمران در شهرداریها، سازمانهای آب منطقه ای و صنایع ملی شده کار میکنند. این گروه از مهندسان که مسؤولیت تامین نیازهای اولیه جوامع (همچون تدارک آب آشامیدنی، دفع فاضلاب و مواد زائد جامد، برنامه ریزی و تامین حمل و نقل عمومی، تعمیر و نگهداری راه و راه آهن و نظیر آن) را بر عهده دارند بیش از سایرین با مرحله بهره برداری از پروژه ها درگیر خواهند بود. شاید منظور کردن مرحله بهره برداری به منزله مرحله چهارم پروژه های مهندسی عمران به دلیل درگیری گروه زیادی از متخصصان در این مرحله، کمی مصنوعی بنظر آید; ولی به جهت یادآوری این واقعیت که حتی پس از پایان کار طراحی و اجرا نیز هنوز کار مهندسان عمران تمام نشده، مفید است.

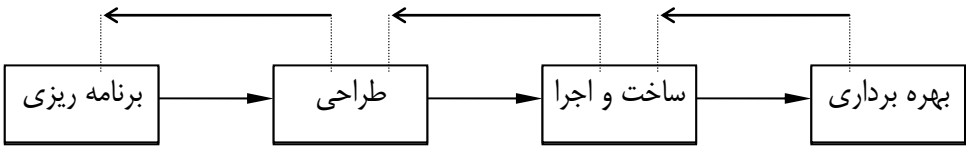
تعیین سیاستهای بهره برداری کارا از مهمترین موضوعات مرحله بهره برداری است. این امر مستلزم تصمیم گیریهایی پیوسته، منظم و برنامه ریزی شده است، تا بدین ترتیب بتوان کارایی سیاستهای مورد نظر را با تغییر شرایط بهره برداری حفظ کرد. ماشین آلات، خودروها و امکانات خدماتی باید به صورتی نظام مند تعمیر، نگهداری و در صورت لزوم جایگزین شود. تغییرات درازمدت در مقدار تقاضای خدماتی (همچون آب آشامیدنی یا حمل و نقل) را پیشبینی و برای تامین آن برنامه ریزی شود. در صورت جایگزینی دستگاه ها باید عملیات بهره برداری برای منظور کردن کارایی بهتر دستگاه های پیشرفته تر اصلاح شود. بسیاری از روشهای شرح داده شده در این نوشتار را میتوان در زمینه تصمیم گیریهای مربوط به مرحله بهره برداری بکار برد; لذا آگاهی از آنها از اهمیت زیادی – بخصوص برای مهندسان عمران بخش دولتی برخوردار است.

تذکرات

در این جا باید به نکاتی دیگر در مورد چهار مرحله پروژه های مهندسی عمران اشاره کنیم. پیشبرد مراحل چهارگانه پروژه از لحظه شکل گیری ایده اولیه تا بهره برداری از آن، به مستلزم تصمیم گیریهای بیشماری اعم از کوچک و بزرگ – نیازمند است. موفقیت پروژه در گرو تصمیم گیریهای درست طی همه مراحل چهارگانه بالا است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

مراحل چهارگانه پروژه تا آنجا که به مساله تصمیم گیری مربوط میشود، ماهیتی ترتیبی دارند. شکل ۱ ترتیب مراحل چهارگانه پروژه را نشان میدهد. مرحله برنامه ریزی، ایده کلی اولیه را به طرح خاصی تبدیل میکند. مرحله طراحی با منظور کردن محدودیتهای حاصل از انتخاب طرح نهایی در مرحله قبلی، جزئیات تفصیلی طرح را بدست میدهد. مرحله اجرا نیز طرح تهیه شده را در محدوده جزئیات طراحی شده آن به پروژه ای کامل تبدیل میکند; و سرانجام بهره برداری از پروژه نیز در محدوده مشخصاتی که در مراحل قبل تعیین شده است، صورت خواهد گرفت.



شکل ۱ – ماهیت ترتیبی یک پروژه

بدین ترتیب هر مرحله، محدوده و معیارهای عملی مرحله بعدی را تعیین میکند. بدیهی است که برای افزایش کارایی مراحل چهارگانه، باید محدوده و معیارهای مورد اشاره به درستی تعیین شده باشند. برای حصول اطمینان از این امر باید جریان معکوسی از اطلاعات بین مراحل چهارگانه پروژه وجود داشته باشد.

طبیعت ترتیبی تصمیم گیریهای مربوط به مراحل چهارگانه (شکل ۱) اهمیت تصمیم گیریهای قبلی را بیش از پیش افزایش میدهد. بدیهی است که انتخاب طرحی نامناسب در مرحله برنامه ریزی بر همه تصمیم گیریهای مراحل طراحی، اجرا و بهره برداری تاثیر نامطلوبی خواهد داشت; و احتمالا کارآیی و ارزش کل پروژه را زیر سؤال خواهد برد. برنامه ریزی ضعیف در مرحله اجرایی پروژه نیز احتمالا به افزایش هزینه و زمان اجرای پروژه منجر خواهد شد. ولی اثرات سوء ناشی از آن در همین حد محدود خواهد ماند. بنابراین تصمیم گیریهای مرحله برنامه ریزی مهمترین تصمیم گیریهای پروژه و در عین حال مشکلترین وپیچیده ترین آنها است. تصمیم گیریهای مراحل بعدی به صورت فزایندهای مقید و در نتیجه ساده تر و دقیقتر خواهند بود.

هدف نهایی همه مراحل هر پروژه فرضی رسیدن به طرحی با کارایی زیاد است. هر یک از مراحل چهارگانه نیز به صورتی مستقل در پی افزایش کارایی اند. اهداف همه مراحل چهارگانه (یعنی بهترین پروژه با استفاده از منابع موجود، بهترین طراحی و به طور کلی بهترین تصمیم گیری) را میتوان تحت عنوان"بهینه سازی " نامگذاری کرد. در اغلب موارد کلمه بهینه سازی مفهومی ریاضی یا عددی را تداعی میکند، در حالی که مفهوم بهینه سازی بسیار وسیعتر از این است. بهینه سازی در واقع به معنی انتخاب بهترین گزینه از میان گزینه های متفاوت است. در برخی موارد میتوان از روشهای ریاضی منطقی برای این منظور استفاده کرد، که در این صورت فرآیند مورد نظر به نام "بهینه سازی رسمی" خوانده میشود. در برخی موارد نیز این انتخاب با استفاده از تجربیات گذشته صورت میگیرد. چنین فرآیندی، به نام "فرآیند بهینه سازی"، البته از نوع غیررسمی آن، خوانده میشود. در این حالت کشف، برآورد و مقایسه گزینه های مختلف بجای کامپیوتر بر عهده مهندسان خواهد بود. بنابراین میتوان ادعا کرد که بهینه سازی پایه و اساس همه فرآیندهای تصمیم گیری و لذا موضوع اصلی این نوشتار است.

فرآیند تحلیل، به مفهوم محاسبه و برآورد پاسخ (مثلا سازه در مقابل بارهای خارجی) نیز در همه مراحل یک پروژه مهندسی عمران نقش مهمی دارد. بدون استفاده از فرآیند تحلیل نمیتوان هیچ پروژه ای را شروع و در نهایت آن را تکمیلکرد. فرآیند تحلیل را در واقع میتوان ابزار جداسازی "گزینه های شدنی" از"گزینه های ناشدنی" ، و به عبارت دیگر صافی فرآیند تصمیم گیری به شمار آورد. در برخی از پروژه ها (همچون پروژه اپراخانه سیدنی و پروژه هواپیمای کنکورد)، تحلیل و ابعاد فنی طرح به مهمترین اجزای فرآیند تصمیم گیری تبدیل میشوند. ولی در اغلب موارد مقدار هزینه های طرح اصلی ترین عامل

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

تعیین کننده در فرآیند تصیمم گیری است. حتی دو پروژه مورد اشاره را – که دارای فنآوری بالایی هستند – نیز نمیتوان بدون منظور کردن هزینه ها اجرا کرد. محدود کردن مهندسی عمران به علوم کاربردی و فنآوری بسیار ساده انگارانه است. فرآیند تصمیم گیری در مهندسی عمران علاوه بر تواناییهای فنی به درک عوامل اقتصادی (همچون هزینه ها) نیز نیاز دارد. در این نوشتار فرض شده است که خوانندگان از مبانی پایه ای تحلیل در زمینه مهندسی عمران آگاهی دارند. در حقیقت تحلیل به منزله یکی از اجزای جعبه ابزار تصمیم گیری در مهندسی عمران و دارای اهمیتی یکسان با سایر اجزاء در نظر گرفته شده است.

در بخش قبل نشان دادیم که مهندسی عمران حرفه ای است که در آن تصمیم گیری از اهمیت زیادی برخوردار است. تعداد تصمیم گیریهای مراحل مختلف پروژه های مهندسی عمران به اندازه ای زیاد است که مهندس عمران را به استفاده از روشهای تصمیم گیری نظام مند ناگزیر میکند. بخش بعد، چهارچوبی کلی را برای فرآیند تصمیم گیری منطقی ارائه میکند.

تصمیم گیری نظام مند

دانشمندان برای سازماندهی و تسریع نتیجه بخشی فعالیتهای علمی خود، از چهارچوبی موسوم به "روش علمی" استفاده میکنند. روش علمی از اجزای زیر تشکیل شده است:

تصمیم گیری علمی (Seientific Decision making)

۱- مشاهدات سئوالاتی را در فرض ایجاد می کند.
۲- تلاش در یافتن جواب سئوالات به نظریه ای علمی منجر می شود.
۳- نظریه مورد نظر به محک آزمایش گذاشته می شود.
۴- نتایج آزمایش به رد، قبول، تصمیم نظریه منجر می شود.

تا کنون مطالب زیادی در مورد روش علمی گفته شده است. اجزای چهارگانه بالا علیرغم سادگی، ابزاری بسیار قوی را برای سازماندهی و تشریح علوم در اختیار دانشمندان قرار میدهند. هدف این بخش از نوشتار ارائه چهارچوبی کلی برای فرآیند تصمیم گیری است که از همان وحدت رویه و قدرت روش علمی مورد استفاده دانشمندان برخوردار باشد.

فرآیند تصمیم گیری نظام مند را میتوان به صورت چهار سؤال زیر مطرح کرد:

۱- چه تصمیم هایی باید گرفته شود؟
۲- تصمیمات چگونه به هم مرتبط اند و چه پارامترهای خارجی آنها را محدود می کند
۳- چه معیاری برای تعریف خوبی یا بدی تصمیم گیریها وجود دارد
۴- چگونه میتوان بهترین تصمیمات را گرفت (روشهای تصمیم گیری)
۵- تصمیم گیری

در واقع تمامی این نوشتار به نشاندادن این واقعیت اختصاص یافته است که چهار سؤال بالا اساس هر گونه تصمیم گیری است; و چهارچوبی منطقی را برای تصمیم گیری نظام مند فراهم میکند. به عبارت دیگر سؤالات بالا روش تصمیم گیری نظام مند را تعریف میکنند. در این نوشتار نشان خواهیم داد که با جواب دادن به این سئوالات میتوان به اطلاعات کافی برای تصمیم گیری خوب دست یافت.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

سؤال اول راجع به مواردی تصمیماتی است که باید تصمیم گیری شود. پاسخ به این سؤال بخصوص در مورد مسائل پیچیده و اندرکنشی ممکن است مشکل باشد. برای پاسخ به این سؤال به تفکر عمیق در مورد مساله مورد نظر نیازمند است. چه پاسخهایی را برای این سؤال میتوان انتظار داشت در مورد مسائلی از نوع طراحی سازه ای، تصمیم گیریها (یا در واقع پاسخهای مورد نظر) پیرامون موضوعاتی همچون تعداد اعضا» جهت قرارگیری، ابعاد و نظیر آن خواهد بود. بعضی از این کمیتها ممکن است از قبل معلوم شده باشد، که در این صورت باید عوامل معلوم را از فهرست مواردی که باید تصمیم گیری شود، خارج کرد. اهمیت جداسازی کمیتهای معلوم و مجهول را میتوان (مثلا در مورد برنامه ریزی بتن ریزی در جای پروژه ای بزرگ) به خوبی نشان داد. آیا در اینجا تصمیم گیری در خصوص تعیین دستگاه مورد نیاز و یا در مورد بهره برداری کارا از آن است پاسخ به سؤال اول مستلزم "تحلیل" دقیق مساله و تهیه فهرستی از تصمیماتی است که پاسخگویی به آنها ما را به جواب مورد نظر رهنمون میسازد. این تصمیمات در زمینه مسائل مهندسی عمران معمولا به کمیتهایی قابل اندازه گیری (همچون تعداد افراد، حجم بتن مسلح، ابعاد تیرها، گنجایش و نظیر آن) مربوط میشود. پس از تعیین تصمیمات لازم – با توجه به اینکه بسیاری از مسائل مربوط به تصمیم گیری را میتوان از طرق ریاضی یا عددی حل کرد – بهتر است متغیری جبری را به هر یک از کمیتها یا تصمیماتی که پیداکردن مقدار عددی آنها مورد نظر است نسبت داد. از این متغیرها میتوان بعدا در تعریف مدل عددی تصمیم گیری مسآله مورد نظر استفاده کرد.

پس از این مرحله باید به پاسخ سؤال دوم در مورد چگونگی ارتباط این تصمیمات یا کمیتهای مجهول و عوامل خارجی محدودکننده آنها پرداخت. برای مثال عمق تیر در مسائل طراحی سازه ای نباید از مقدار مشخصی تجاوز کند. این شرط نمایشگر محدودیت مستقیمی بر مقدار عددی یکی از تصمیمات است. آیین نامه های طراحی تیر حدی را برای مقدار تنشهای محوری تعیین میکنند. این محدودیت به طور طبیعی رابطه ای بین عمق و دهانه تیر را بدست خواهد داد. علاوه بر این کمیتهای مورد نظر، ممکن است از طرق مختلفی (همچون روابط لنگر اینرسی ، خیزهای خمشی و نظیر آن) نیز به هم مربوط شوند. بدین ترتیب باید با فهرست کردن عوامل مؤثر در طرح، آنها را برای یافتن روابط بین کمیتهای طراحی بدقت وارسی کرد. در مثال مربوط به دستگاه بتن ریزی، گزینه های پیشنهادی مختلف دارای گنجایش، دوره زمانی و شرایط عملکردی متفاوتی خواهند بود که به نوبه خود محدودیتهایی را برای کمیتهای مجهول مورد نظر ایجاد خواهند کرد. ابتدا باید همه عوامل مؤثر در عملکرد طرح را فهرست و سپس وارسی کرد و کمیتی عددی را به آن نسبت داد. در صورتی که همه تصمیمات سؤال اول با متغیری جبری نشان داده شده باشند، پاسخ به سؤال دوم مستلزم نوشتن روابطی جبری بین این متغیرها خواهد بود. این روابط اغلب روابطی از نوع نا مساوی اند. وجود چنین روابطی به این معنی است که مثلا یکی یا ترکیبی از کمیتهای تصمیم، کوچکتر (یا بزرگتر) از مقدار معلومی باشد. به عبارت دیگر پاسخ سؤال دوم به مدل ریاضی کاملی منجر میشود که روابط بین متغیرها را تعریف میکند.

با پاسخگویی به سؤال دوم، تحلیل مسآله تصمیم گیری مورد نظر کامل و امکان تعیین مقادیر عددی کمیتهای مجهول (تصمیمات) به گونه ای که همه روابط و محدودیتها را تامین کند فراهم شده است. در برخی موارد امکان پیداکردن مقادیری که همه محدودیتها را تامین کند وجود نخواهد داشت. برای مثال در مورد مساله بتن ریزی، شاید مرکز تهیه بتن قادر به تهیه بتن کافی برای تکمیل بتن ریزی در مدت زمان مورد نظر نباشد، و یا اینکه تعداد کامیونهای موجود برای حمل بتن آماده از مرکز تهیه بتن به محل بتن ریزی کافی نباشد. در این حالت مساله مورد نظر جوابی نخواهد داشت; لذا باید مساله مورد نظر را به صورتی دقیق بازنگری نموده و پاسخ این سئوالات را که: "چه تصمیمات دیگری را باید برای تضمین شدنی بودن عملیات گرفت"، "چه دستگاه ها و کامیونهایی مورد نیازند"، "تصمیمات جدید چه تغییری در مدل ریاضی ایجاد خواهند کرد" یافت.

در بسیاری از موارد مشکل اصلی مسآله عدم امکان یافتن مقادیر عددی مناسب برای تصمیمات نیست، بلکه وجود تعداد زیادی از مقادیر ممکن است. به عبارت دیگر مساله مورد نظر دارای جوابهای زیادی است. در چنین مواردی یافتن جوابی یکتا از بین جوابهای ممکن مساله مستلزم منظورکردن معیاری اضافی است. سؤال دوم در واقع به چنین معیاری – که امکان

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

تشخیص تصمیمات خوب را از تصمیمات بد و طرح مناسب را از طرح نامناسب فراهم میکند – برمیگردد. پاسخ به این سؤال نیز مستلزم تفکری عمیق و دوباره در مورد هدف مساله تصمیم گیری است. در بسیاری از موارد از هزینه به منزله معیار تشخیص استفاده میشود. بدیهی است از بین تمامی راه هایی که امکان انجام کاری را فراهم میکنند، ارزانترین راه، مناسبترین آنهاست. در عین حال استفاده از هزینه به منزله معیار تصمیم گیری، مشکلات زیادی را به همراه خواهد داشت. این معیار در اکثر موارد به صورت کمینه سازی ، هزینه کل یا بیشینه سازی سود تعریف میشود; ولی در هر صورت تعریف دقیق "هزینه" کار چندان ساده ای نیست. برای مثال هزینه خرید یک دستگاه خودرو شخصی را در نظر بگیرید. علیرغم معلوم بودن قیمت خرید انواع مختلف خودروها، این قیمتها به ضرورت نمایشگر هزینه واقعی خودروها نیستند. هزینه کل هر خودرو را شاید بتوان با افزودن هزینه هایی (چون هزینه های استفاده، بیمه، تعمیر و نگهداری در طول عمر مفید خودرو) به قیمت خرید هر یک از خودروها نشان داد. برآورد چنین هزینه هایی – که در آینده رد میدهند – بسیار مشکل است. مقدار این هزینه ها در واقع تابعی از عامل مجهول تورم است. عمر مفید هر خودرو نیز متفاوت از سایر خودروهاست. بر این اساس شاید بهتر باشد خودرویی را که عمر مفید بیشتر و هزینه نگهداری کمتری دارد، به دو برابر قیمت آن خرید. همه این عوامل در محاسبه و برآورد هزینه کل پروژه های مهندسی عمران نیز تاثیر دارند. علاوه بر این هزینه اکثر پروژه های بزرگ از طریق وامهایی تامین میشود که باید آنها را در طول مدت معینی به همراه بهره شان بازپرداخت کرد. بدین ترتیب بهره چنین وامهایی را نیز باید در برآورد هزینه کل منظور کرد. کمینه سازی هزینه کل – علیرغم پیچیدگی برآورد دقیق آن – متداولترین معیار تصمیم گیری در پروژه های مهندسی عمران است. با اینکه برآورد هزینه های واقعی از طریق منظور کردن تغییر ارزش پول در این نوشتار مد نظر قرار نگرفته، ولی توجه به آن امری ضروری است. در حالت کلی معیار مورد استفاده برای برآورد هزینه باید نمایشگر هزینه های واقعی باشد، تا بدین ترتیب امکان تصمیم گیریهای دقیق وجود داشته باشد. بنابراین به هنگام تصمیم گیری در مورد سیاست جایگزینی (برای مثال دستگاه های حفاری) باید عواملی همچون نرد بهره و تورم را نیز در مدل برآورد هزینه منظور کرد. تاثیر چنین عواملی در انتخاب مثلا عمق تیر بتنی چندان مهم نیست و لذا میتوان از آنها صرفنظر کرد. در هر صورت مدلسازی هزینه ها موضوع بسیار گسترده ای است که ما در این نوشتار تنها به ذکر اهمیت آن اکتفا میکنیم.

با این حال بدیهی است که هزینه تنها معیار تصمیم گیری خوب نیست. مثال بتن ریزی نمایشگر نمونه ای از سایر معیارهای مورد استفاده در تصمیم گیری است. مثلا در بتن ریزیهای حجیم عامل زمان ممکن است از هزینه مهمتر باشد. در چنین مواردی باید عملیات بتن ریزی را برای حصول اطمینان از گیرش یکنواخت بتن تا حد ممکن کوتاه کرد و لذا کمینه سازی زمان معیار مناسبتری خواهد بود. بدیهی است که در این مورد معیار هزینه کمینه در زمان کمینه ایده آل ترین معیار تصمیم گیری است; ولی دستیابی به چنین امری محال است. زمان کمینه به معنی افزایش هزینه ها است، لذا این دو معیار نقیض یکدیگرند. به عنوان یکی از راه های رفع این تناقض میتوان یکی از معیارها، مثلا زمان کمینه، را به منزله معیار مسلط تصمیم گیری فرض کرد و مقدار هزینه کل را از طریق مقدار حدی آن محدود کرد. در این صورت محدودیت هزینه کل نمایشگر رابطه دیگری بین متغیرها و بخشی از مدل ریاضی مساله خواهد بود. بدین ترتیب حل مساله تصمیم گیری مورد نظر مستلزم یافتن مقادیر عددی متغیرهای تصمیم – به گونه ای که همه روابط بین متغیرها (از جمله رابطه محدودیت هزینه را تامین و در عین حال زمان را کمینه کنند)– خواهد بود.

معیار انتخاب شده برای تصمیم گیری – صرفنظر از نوع آن – باید به صورت تابعی بر حسب متغیرهای تصمیم بیان شود. سؤال چهارم به چگونگی اخذ بهترین تصمیمات مربوط میشود. رسیدن مساله تصمیم گیری به این مرحله مستلزم تحلیل و بررسی عمیق و موشکافانه آن بوده است و لذا در بسیاری از موارد میتوان مقادیر بهینه یا تقریبا بهینه متغیرهای تصمیم را در همین مرحله و بدون استفاده از روشهای رسمی بدست آورد. به عبارت دیگر فرآیند تصمیم گیری نظام مند با جداسازی دقیق اجزای موثر و غیرموثر، امکان تصمیم گیری خوب و دقیق را در همین مرحله فراهم کرده است. ولی در اغلب موارد چنین نیست; لذا استفاده از روشهای ریاضی رسمی برای حل مدل تصمیم گیری مورد نظر ضروری است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

ما در این جا روش تصمیم گیری نظام مند را در قالب چهار سئوال اساسی مطرح و سپس چگونگی پاسخگویی به آنها را به صورت ریاضی تشریح کردیم. پاسخهای مورد نظر همه اجزای ضروری برای ساختن یک مدل ریاضی تصمیم گیری (همچون متغیرهای تصمیم، مجموعه روابط بین متغیرهای تصمیم، معیار کارایی تصمیمات به صورت تابعی از این متغیرها و سرانجام روش حل مدل) را در بر دارند. بدین ترتیب روش نظام مند مورد نظر را نیز باید بتوان به صورت ریاضی – که هر یک از مراحل آن به گونه ای به چهار سؤال اساسی بالا مرتبط اند – بیان کرد. صورت کلی مدل ریاضی مورد نظر به صورت زیر نوشته میشود:

(۱) متغیری را به هر یک از تصمیمات منتسب کنید.

(۲) روابط بین متغیرها را پیدا کنید.

(۳) معیار تصمیم گیری را به صورت تابعی از این متغیرها بیان کنید.

(۴) مدل حاصل را حل کنید.

اکنون صورت ریاضی هر یک از مراحل چهارگانه بالا را مورد بررسی قرار میدهیم.

مدلهای ریاضی تصمیم گیری

متغیرهای تصمیم، معیار کارایی تصمیم گیری و روابط بین متغیرهای تصمیم نمایشگر سه مؤلفه اصلی هر مدل تصمیم گیری اند. روشهای متفاوتی برای بیان این مؤلفه ها از طریق گزاره های ریاضی وجود دارد که ما در این جا به یکی از آنها اشاره میکنیم.

مقادیر متغیرهای x_i را به گونه ای انتخاب کنید که

$$g_j\left(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n\right) \leq = \geq C_j \qquad j = 1,2\ldots..M \tag{۱}$$

$$Min\ (Max)\ \ f\left(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n\right)$$

این مساله دارای N متغیر تصمیم $x_i \ ; \quad i=1,2,\ldots,n$ است که باید مقادیر عددی آنها را پیدا کرد (گام ۱ یا سئوال ۱). این متغیرها را میتوان به صورت N مؤلفه برداری چون X نشان داد. علاوه بر این مساله (۱-۱) دارای M رابطه متفاوت بین متغیرها است (گام ۲ یا سؤال ۲). هر یک از این روابط بصورت تابعی از متغیر x که باید کوچکتر مساوی، مساوی، یا بزرگتر مساوی مقدار معلومی چون $C_j \ ; \ j = 1,2,\ldots,m$ باشد بیان میشود. نوع رابطه نامساوی و همچنین مقدار معلوم C_j برای هر یک از روابط j نیز معلوم است. تابع $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ نمایشگر معیاری است که خوبی یا بدی مقادیر عددی متغیرها را تعیین میکند (گام ۳ یا سئوال ۳). این مساله را به صورت کلی تر زیر نیز میتوان بیان کرد:

متغیرهای تصمیم(Decision Variables):

$$D.V. \equiv X = (x_1, x_2 \ldots\ldots x_n)$$

متغیرهای حالت(State Variables):

$$S.V \equiv S = \left(s_1, s_2 \ldots\ldots s_I\right)$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

پارامترهای سیستم(System Parameters):

$$S.P \equiv P = (p_1 , p_2 ..... p_J)$$

قیود(Constraints):

$$g_j (X,S,P) \leq = \geq 0 \qquad j = 1,2.....M$$

تابع هدف(Objective Function):

$$O.F \equiv F(X,S,P)$$

$$Min(Max)F(X,S,P)$$
$$S.T: \qquad (۲)$$
$$g_j (X,S,P) \leq = \geq 0 \qquad j = 1,2.....M$$

مساله (۱-۲) مسالهای ریاضی از نوع بهینه سازی است; زیرا چرا که هدف آن پیداکردن مقدار بهینه معیار کارایی است. از آنجا که مقدار عددی تابع F تعیین کننده مزیت مجموعه تصمیمات X است، این تابع بنام "تابع هدف" یا "تابع مزیت" نیز خوانده میشود. M رابطه که مقدار متغیرها باید در آنها صدق کند نیز بنام "قیود" خوانده میشوند. مدلهای عمومی (۲) در اکثر مسائل تصمیم گیری مهندسی عمران کاربرد دارند. اکثر مسائل تصمیم گیری را بطور معمول میتوان به یکی از دو صورت بالا تعریف کرد. البته مسائلی نیز وجود دارند که امکان بیان آنها از طریق این صور به سادگی فراهم نمیشود. صور کلی ارائه شده در روابط (۲) هسته اصلی روشهای نظام مند تصمیم گیری تشریح شده در این نوشتار را تشکیل میدهند. بر این اساس باید تلاش کرد تا مدل ریاضی هر مساله تصمیم گیری را به صورت مدلی، از نوع مدلهای روابط (۲) تعریف کرد.

توابع F و g_j ممکن است صور متفاوتی داشته باشند. زمینه های مختلف سیستمهای مهندسی عمران بر اساس نوع این توابع دسته بندی میشوند. اگر توابع F و g_j همگی توابعی خطی از متغیرهای تصمیم باشند، مساله از نوع بهینه سازی خطی یا برنامه ریزی خطی خوانده میشود. کلمات "بهینه سازی" و "برنامه ریزی" در این جا دارای مفهوم واحدی اند. مراد از برنامه در این جا روش حل یا برنامه حل مساله مورد نظر است (گام ۴ یا سئوال ۴). اگر هر یک از توابع F و g_j توابعی غیرخطی از متغیرهای تصمیم باشند، مساله از نوع بهینه سازی غیرخطی یا برنامه ریزی غیرخطی خواهد بود. تقسیم بندی خطی و غیرخطی، تنها روش دسته بندی مسائلی که در سیستمهای مهندسی عمران با آن مواجه خواهیم شد، نیست. مسائل مورد نظر را میتوان به دو دسته "متعین " و "نامتعین " نیز تقسیم کرد. مسائل متعین مسائلی هستند که مقادیر متغیرها و توابع آن را میتوان به صورتی یکتا تعیین و تعریف کرد. متغیرها و توابع مربوط به مسائل نامتعین یا احتمالی نمایشگر کمیتهایی هستند که تنها میتوان توزیع احتمالی مقادیر آنها را تعریف و تعیین کرد.

هر دسته از مسائل خطی، غیرخطی، متعین و نامتعین را با توجه به طبیعت متغیرها و توابع آن میتوان به زیر شاخه هایی تقسیم کرد. در حالت کلی متغیرهای $x_i \; ; \; i=1,2,...,n$ متغیرهایی پیوسته – مقدارند . یعنی میتوان هر مقدار حقیقی را به آنها منتسب کرد. در برخی مسائل این متغیرها از نوع متغیرهای صحیح – مقدار (برای مثال در حالتی که متغیر x نمایشگر تعداد نیروی انسانی مورد نیاز است)، یا گسسته – مقدار (برای مثال وقتی که متغیر x نمایشگر عمق تیر فولادی تهیه شده در کارخانه است) است. حل مسائل مربوط به هر یک از این زیر شاخه ها مستلزم استفاده از روشهایی خاص برای حل

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

مسأله تعریف شده در روابط (۲) است. بدین ترتیب میتوان مشاهده کرد که مهمترین ویژگی سیستمهای مهندسی عمران فراهم آوردن امکان دسته بندی تعداد بیشماری از مسائل تصمیم گیری در قالب چند دسته از مسائل ریاضی است. چگونگی استفاده از این فرآیند برای دسته بندی مسائل گسترده مهندسی عمران و ابداع روشهای حل مخصوص آنها در این نوشتار شرح داده خواهد شد.

ضمیمه ۱: مسائل نمونه تحقیق در عملیات:

۱) مسائل تخصیص (Allocation Problem): مسئله تخصیص منابع به مجموعه ای از فعالیتها

– تعدادی فعالیت وجود دارد.

– هر فعالیت نیازمند منابع و امکاناتی است.

– منابع و امکانات موجود محدود است.

– هر فعالیت منافع و عواید مشخصی دارد

سئوال: پیدا کردن نحوه تخصیص منابع برای حداکثر کردن عواید حاصل از انجام فعالیتها

مثال: مسئله تولید بتن – تسطیح

۲) مسئله توزیع (Distribution) **یا حمل و نقل** (Transportation): مسئله توزیع کالا از کارخانه های تولیدی به مراکز مصرف

– هزینه حمل از کارخانه به مراکز مصرف معلوم

– میزان تولید و مصرف معلوم

سئوال: تعیین الگوی توزیع مناسب برای حداقل کردن هزینه ها

۳) مسائل شبکه :(Network problems) : مسئله انجام و اتمام مجموعه ای از فعالیتهای وابسته به یکدیگر در کمترین زمان ممکن

– مجموعه ای از فعالیتها با زمان تداوم مشخص

– فعالیتها دارای تقدم و تأخر زمانی معلوم

– تغییرات منابع مورد نیاز با زمان معلوم

سئوال: طرح عملیاتی مناسب برای حداقل کردن زمان تکمیل پروژه

٤) کنترل موجودی (Inventory Control): مسئله تعیین سطح مناسب موجودی مواد، پول، تولیدات، نیروی انسانی و غیر آن

– افزایش موجودی هزینه بر

– افزایش موجودی باعث افزایش در امد

سئوال: سطح مناسب موجودی برای سود ماکزیمم

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۵) مسائل خط انتظار(waiting line):

مراجعه اشخاص برای دریافت خدمات به صف منجر می شود.

– ازدیاد امکانات باعث افزایش هزینه و کاهش زمان انتظار

– افزایش زمان انتظار باعث نارضایتی و کاهش در آمد

سئوال: سطح مناسب تسهیلات و امکانات برای حداکثر کردن درآمد (احتمالاتی)

٦) مسائل تعمیر و نگهداری (Replacement & Maintenance):

استفاده مستمر از ماشین آلات منجر به خرابی آنها شده ودر نتیجه ماشین آلات برای ادامه سرویس دهی نیازمند تعمیرات میشوند. در حالت کلی دو نوع سیاست تعمیر و نگهداری را میتوان در نظر گرفت.

تعمیر زود هنگام:

– جلوگیری از خرابی بیشتر و صرفه جویی در هزینه ها

– تحمیل هزینه تعمیر و خروج از چرخه تولید

تعمیر دیر هنگام:

– خرابی بیشتر و هزینه ای کلان

– صرفه جویی در هزینه تعمیر و ادامه سرویس دهی

سئوال: تعیین زمان تعمیر هر یک از ماشین آلات برای حداکثر کردن در آمد(احتمالاتی)

مدلهای تحقیق در عملیات: مدلهایی که برای جواب دادن به سوال مطرح شده در هر یک از مسائل بالا طراحی شده اند.

۱– برنامه ریزی ریاضی (mathematical programming):

تبدیل مسئله مورد نظر به مسئله ای ریاضی که در آن میزان دستیابی به هدف تحت محدودیتهای موجود حداکثر (یا حداقل) می شود.

– **برنامه ریزی خطی** (Linear Programming). مسائل تخصیص ، توزیع و حمل و نقل

– **برنامه ریزی غیرخطی** (non - Linear programming). طراحی بهینه سازه ها، طراحی شبکه های آب

– **برنامه ریزی پویا** (Dynamic programming). بهینه سازی مجموعه ای از تصمیم گیریهای متوالی و مرتبط. طراحی بهینه شبکه های فاضلاب

۲– مدلهای شبکه (Network models). طراحی و کنترل عملیات اجرایی پروژه های پیچیده (PERT , CPM)

۳– فرایند تصمیم گیری مارکف (Morkovian Decision process). پیش بینی خروجی سیستم هایی که وضعیت آنها با زمان تغییر می کند (تعمیر و نگهداری ماشین آلات)

٤– نظریه صف (Queuing theory). حل مسائل خط انتظار

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

ضمیمه ۲: ارزش زمانی پول :

هزینه های هر پروژه ای را در حالت کلی میتوان به دو نوع هزینه اولیه و بهره برداری تقسیم کرد. هزینه های مراحل اول تا سوم پروژه ها تحت عنوان هزینه اولیه و هزینه مرحله چهارم بعنوان هزینه بهره برداری منظور میشود. تفاوت اساسی این دو نوع هزینه در زمان وقوع آنها نهفته است. بدلیل کوتاه بودن زمان مراحل برنامه ریزی، طراحی و ساخت و اجرا در مقایسه با زمان مرحله بهره برداری همواره فرض میشود که هزینه این مراحل درمدت زمانی کوتاه (حال) صورت میگیرد. بدیهی است که هزینه مرحله بهره برداری بدلیل طبیعت آن در فاصله زمانی طولانی (آینده) واقع میشود. بر این اساس در مقایسه اقتصادی گزینه های مختلف موجود برای یک پروژه باید طبیعت متفاوت هزینه های اولیه و بهره برداری را از نظر زمان وقوع آنها مد نظر قرارداد. این امر از طریق منظور کردن ارزش زمانی پول و به عبارت دیگر مفهوم بهره صورت میگیرد.

۱ـ ارزش های حال و آینده تک پرداخت:

اگر سرمایه ما P ریال و بهره سالیانه i (برحسب درصد) باشد مقدار بازگشت سرمایه در سال اول برابر $I*p$ بوده و لذا مقدار کل سرمایه در پایان سال اول:

$$(1+I)*P$$

در سال دوم بازگشت سرمایه برابر با $I(1+I)*p$ بوده و لذا مقدار کل سرمایه در پایان سال دوم:

$$(1+I)*P+(1+I)I*P=(1+I)^2*P$$

در نتیجه پس از n سال مقدار سرمایه (**ارزش آینده تک پرداخت حال** $\boldsymbol{P}$) برابر خواهد بود با:

$$S(i,n)=(1+i)^n P$$

با ستفاده از رابطه بالا **ارزش حال تک پرداخت** ***آینده*** $\boldsymbol{S}$ برابر خواهد بود با:

$$P=(1+i)^{-n} S(i,n)$$

در روابط بالا $S(i,n)$ مقدار سرمایه موجود پس از گذشت n سال است (ارزش سرمایه موجود در آینده است که ما از این به بعد آنرا ارزش آینده می نامیم) و P مقدار سرمایه اولیه می باشد.

۲ـ ارزش حال و آینده پرداخت دوره ای:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

n پرداخت دوره ای به مبلغ R ریال در فواصل زمانی مساوی را در نظر بگیرید. ارزش آینده اولین پرداخت (ارزش اولین پرداخت در پایان دوره ها) برابر $(1+i)^{n-1}R$ و ارزش آینده دومین پرداخت $(I+i)^{n-2}R$ و .....

ارزش آینده

پرداخت اول (R) ⟶ $(1+i)^{n-1}R$

پرداخت دوم (R) ⟶ $(1+i)^{n-2}R$

.

.

پرداخت n ام (R) ⟶ $(1+i)\overset{\circ}{R}$

با جمع این روابط خواهیم داشت:

$$S=(1+i)^{n-1}R+(1+i)^{n-2}R+...+(1+i)R+R$$

ارزش آینده n پرداخت دوره ای

$$S=\frac{(1+i)^n-1}{i}R(i,n)$$

ارزش حال n پرداخت دوره ای

$$P=\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}R$$

که در این روابط:

i : نرخ بهره در یک دورهٔ زمانی

n: تعداد دوره های زمانی

R: میزان پرداخت دوره ای

S: ارزش آینده پرداخت دوره ای

P: ارزش حال پرداخت دوره ای

۳ـ ارزش دوره ای تک پرداختهای حال آینده:

با استفاده از روابط قبل داریم.

ارزش دوره ای تک پرداخت آینده

$$R=\frac{i}{(1+i)^n-1}S$$

ارزش دوره ای تک پرداخت حال

$$R=\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}p$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

برای روشن شدن مفاهیم بالا به ذکر یک مثال می پردازیم:

مثال: دو گزینه زیر برای خط انتقال آب بر مبنای نرخ بهره سالیانه $i=\%15$ و برای بهره برداری به مدت $n=25$ سال موجود است کدام گزینه اقتصادی تر است؟

	هزینه لوله	هزینه بهره برداری سالیانه
گزینه I: (لوله 750 mm)	$90*10^6$	$20*10^6$
گزینه II: (لوله 600 mm)	$70*10^6$	$26*10^6$

قیمت تأسیسات مستهلک شده پس از ۲۵ سال را برابر ۵٪ قیمت اولیه فرض کنید.

حل: در این جا هزینه لوله از نوع «پرداخت حال» و هزینه بهره برداری سالیانه از نوع «پرداخت دوره ای» و هزینه استهلاک از نوع «پرداخت آینده» است. برای مقایسه همه هزینه ها را به پرداخت دوره ای تبدیل می کنیم.

$$AC_{750} = [90Crf(15,25) - \%5 \times 90Sfdf(15,25) + 20] \times 10^6 = 33,97 \times 10^6$$

$$AC_{750} = [70Crf(15,25) - \%5 \times 70Sfdf(15,25) + 26] \times 10^6 = 36,87 \times 10^6$$

تمرین: دو گزینه زیر برای احداث سیستم آبرسانی شهری موجود است. این دو گزینه را بر مبنای ارزش حال مقایسه کنید.

	گزینه ۱	گزینه ۲
سد و تصفیه خانه اولیه	$620*10^6$	$480*10^6$
بهره برداری سالیانه تاسیسات اولیه	$26*10^6$	$30*10^6$
تصفیه خانه جدید	$50*10^6$	$550*10^6$
بهره برداری سالیانه تاسیسات جدید	$6*10^6$	$25*10^6$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

مدلسازی ریاضی نظام مند - مسائل خطی

مفهوم نگرش نظام مند در حل مسائل مربوط به تصمیم گیری در مهندسی عمران در فصل اول شرح داده شد. در این فصل این نگرش نظام مند مورد نظر را در مورد سه مساله عملی کاملا متفاوتی – که در طول یک پروژه مهندسی عمران با آنها مواجه میشویم – اعمال خواهم کرد. برخورد نظام مند، امکان ساختن یک مدل ریاضی مناسب را برای هر مساله فراهم میکند، که در نتیجه آن بسیاری از پیچیدگیهای ظاهری مساله از بین میرود. پس از تعریف مدل ریاضی هر یک از این مسائل، خواهم دید که ساختار ریاضی هر سه مساله یکسان و تنها از توابع خطی در تعریف مدل ریاضی آنها استفاده شده است.

در واقع پدیده یکسانی ساختار ریاضی در مورد بسیاری از مسائل عملی دیگر نیز بروز میکند. از آنجا که این پدیده امکان به کارگیری روش یکسانی را برای حل مسائل در بردارنده؛ توابع خطی فراهم میکند، از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. در واقع این روش را که بنام "برنامه ریزی خطی" خوانده میشود، میتوان در حل بسیاری از مسائل عملی مراحل چهارگانه پروژه مهندسی عمران و نیز بسیاری از مسائل موجود در زندگی روزمره بکار برد. در این فصل ابتدا طبیعت مسائل برنامه ریزی خطی مورد بررسی قرار میگیرد و سپس مقدمات لازم برای ارائه الگوریتم سیمپلکس به منزله یکی از روشهای حل مسائل خطی در فصل سوم فراهم میشود.

بدین منظور ابتدا چند مساله عملی را – که به مدلهای ریاضی خطی منجر میشوند– مورد بررسی قرار میدهم.

عملیات خاکبرداری

تسطیح یک زمین وسیع و ناهموار را با استفاده از تعدادی ماشین حمل خاک – قبل از شروع عملیات اصلی ساختمانی – در نظر بگیرید. میخواهم برنامه حمل مصالح حاصل از خاکبرداریها به محل خاکریزیها را چنان تعیین کنیم، که هزینه تسطیح کمینه شود.

فرض کنید که سه نقطه A، B و C نمایشگر مکانهایی نیازمند خاکبرداری: A به اندازه ۵۰۰۰ مترمکعب، B به میزان ۷۰۰۰ مترمکعب و C به اندازه ۹۰۰۰ مترمکعب باشند. نقاط D، E، F و G نیز نمایشگر مکانهای نیازمند خاکریزی: D ۲۰۰۰مترمکعب، E ۶۰۰۰ مترمکعب، F ۸۰۰۰ مترمکعب و سرانجام G ۴۰۰۰ مترمکعب باشد. نقطه H نیز نمایشگر محل دپوی مناسبی است، که مصالح اضافی حاصل از خاکبرداری را میتوان در آن انبار کرد. فواصل بین نقاط خاکبرداری A، B و C و هر یک از نقاط خاکریزی D، E، F و G و محل دپوی H از یکدیگر و از محل اجرای پروژه بر حسب کیلومتر اندازه گیری شده و در جدول (۲–۱) ارائه شده است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

اولین گام در اعمال پس از آن شیوه نظام مند مطرح شده تعیین تصمیماتی است که باید گرفته شود و بایستی متغیرهایی را به هر یک از این تصمیمات نسبت داد. بدیهی است که مصالح حاصل از هر خاکبرداری را میتوان به یکی از محلهای خاکریزی و یا محل دپوی H حمل کرد. برای شروع عملیات تسطیح، میزان مصالحی را که باید از هر یک از محلهای خاکبرداری به هر یک از مکانهای خاکریزی حمل شود، دقیقا تعیین کرد. هر یک از این کمیتها نمودار تصمیمی است که باید گرفته شود. مجموعه کمیتهایی که باید بین نقاط مبدا و مقصد حمل شوند، به نام "برنامه حمل و نقل" خوانده میشود. اکنون باید متغیری را به هر یک از تصمیمها (یعنی هر یک از عناصر برنامه حمل و نقل) نسبت داد.

فرض کنید که x_{ij} نمودار مقدار مصالحی است که باید از محل خاکبرداری i; (A,B,C) به محل خاکریزی j; (D,E,F,G,H) حمل شود. بنابراین مسئله مورد نظر در مجموع ۱۵ متغیر تصمیم یعنی: x_{DA}، x_{EA}، x_{FA} ، x_{GA}، x_{HA}، x_{DB}، x_{EB}، x_{FB}، x_{GB}، x_{HB}، x_{DC}، x_{EC}، x_{FC}، x_{GC}، x_{HC} خواهد داشت.

جدول ۱ – فواصل بین نقاط خاکریزی و خاکبرداری محلهای خاکریزی

	D	E	F	G	H
A	0.7	0.3	0.2	0.4	0.9
B	0.6	0.5	0.8	0.3	0.11
C	0.3	0.2	0.5	0.7	0.8

پس از تعیین متغیرهای تصمیم و در گام دوم فرآیند تصمیم گیری نظام مند، باید محدودیتهایی را که ملاحظات عملی و اجرایی بر این متغیرها اعمال میکند، تعیین نموده و سپس مدل ریاضی مناسبی را – که این محدودیتها را به صورت کامل تعریف میکند – ابداع کرد. اولین و اصلیترین هدف، مساله تسطیح محل مورد نظر است. تسطیح محل مستلزم حمل همه مصالح حاصل از خاکبرداری مکانهای مورد نظر و نیز تهیه و تدارک حجم مناسبی از مصالح خاکریزی برای هر یک از مکانهای خاکریزی است. تا تامین این شرایط لازم، تسطیح کامل منطقه مورد نظر و در نتیجه قابل قبول بودن برنامه حمل و نقل پیشنهادی است. روابط ریاضی مربوط به این شرایط را میتوان به صورت زیر بدست آورد.

ابتدا شرط حمل همه مصالح تولید شده در اثر خاکبرداریها را در نظر بگیرید. مقدار مصالح تولید شده در نقطه A برابر ۵۰۰۰ مترمکعب میباشد. فرض کنید که x_{DA} مترمکعب از این مصالح از نقطه A به محل خاکریزی D، x_{EA} از A به E، x_{FA} از A به F و نظیر آن حمل شود. در این صورت کل مصالح حمل شده از A به محل خاکریزیها باید برابر ۵۰۰۰ مترمکعب باشد. این شرط را میتوان با رابطه زیر نشان داد:

$$x_{AD} + x_{AE} + x_{AF} + x_{AG} + x_{AH} = 5000 \qquad (۲)$$

به همین ترتیب حجم کل مصالح حمل شده از نقطه B– که با حاصل جمع متغیرهایی که B اولین زیروند آنهاست نشان داده میشود– باید برابر مصالح تولید شده (یعنی ۷۰۰۰ مترمکعب) باشد. بنابراین:

$$x_{BD} + x_{BE} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_{BH} = 7000 \qquad (۳)$$

رابطه مشابهی را نیز میتوان برای نقطه C نوشت:

$$x_{CD} + x_{CE} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_{CH} = 9000 \qquad (۴)$$

معادلات بالا تضمین کننده شرط حمل همه مصالح خاکبرداری شده از محلهای خاکبرداری است. حال نقطه D را که نیازمند ۲۰۰۰ مترمکعب خاکریزی است در نظر بگیرید. هر یک از سه منبع A و B و C میتوانند تامین کننده مصالح مورد نظر باشند و لذا کل مصالح وارده به نقطه D برابر $x_{AD} + x_{BD} + x_{CD}$ خواهد بود. بدین ترتیب برای تامین شرط خاکریزی کامل نقطه D باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$x_{AD} + x_{BD} + x_{CD} = 2000 \qquad (۵)$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

نقطه E نیز نیاز به ۶۰۰۰ مترمکعب خاکریزی نیازمند است. حجم کل مصالح وارده به نقطه E برابر حاصل جمع همه متغیرهایی است که دومین زیروند آنها E است. بنابراین برای تامین مصالح مورد نیاز در این نقطه باید رابطه زیر صادق باشد:

$$x_{AE} + x_{BE} + x_{CE} = 6000 \qquad (۶)$$

معادلات مشابه را نیز میتوان برای تامین شرط توازن مصالح وارده و مصالح مورد نیاز در نقاط F و G نوشت:

$$x_{AF} + x_{BF} + x_{CF} = 8000 \qquad (۷)$$

$$x_{AG} + x_{BG} + x_{CG} = 4000 \qquad (۸)$$

معادلات بالا تامین مصالح لازم در محلهای خاکریزی را تضمین میکنند. بدین ترتیب هر مجموعه، مقادیری از ۱۵ متغیر بالا که در همه معادلات بالا صدق کند، نمایشگر برنامه حمل و نقل ممکن و مناسبی است که بر اساس آن محل مورد نظر تسطیح خواهد شد. بنابراین هفت معادله بالا بیان ریاضی کاملی از محدودیتهای هر برنامه حمل و نقل قابل قبولی است.

محاسبه حاصل جمع مقادیر مصالح خاکبرداری شده و مقادیر مورد نیاز برای خاکریزی، نشان میدهد که میزان مصالح خاکبرداری شده مازاد برابر با ۱۰۰۰ مترمکعب است. بدیهی است که مصالح مازاد باید به محل دپوی H حمل شوند و به همین دلیل معادلات بالا در بردارنده متغیرهای x_{HA}، x_{HB} و x_{HC} است. برای تامین شرط حمل ۱۰۰۰مترمکعب مصالح مازاد به دپوی H به اضافه کردن معادله دیگر نیازی نیست. زیرا معادلات (۳–۸) به طور ضمنی این معادله نانوشته را تامین خواهند کرد. اگر مساله طرح شده به جای مازاد بودن خاکبرداری، بیانگر کسری مصالح خاکبرداری شده بود; در این صورت معادلات حاصل، کم و بیش متفاوت خواهند بود. در این حالت دیگر به متغیرهای x_{HA}، x_{HB} و x_{HC} نیازی نخواهد بود زیرا که همه مصالح خاکبرداری شده در محلهای خاکریزی مصرف شده و در نتیجه متغیرهای فوق در معادلات بالا ظاهر نخواهند شد. علاوه بر این باید مصالح اضافی مورد نیاز را با حمل مقدار مناسبی از محل دپوی H به محلهای خاکریزی تامین کرد. بدین منظور باید متغیرهای x_{DH}، x_{EH}، x_{FH} و x_{GH} را به ترتیب به سمت چپ معادلات بالا اضافه کرد.

از آنجا که پانزده متغیر بالا میتواند در بینهایت حالت مختلف در هفت معادله بالا صدق کند، بنابراین تعداد برنامه های حمل و نقل ممکن و قابل قبول نامتناهی است. یکی از این حالات در جدول (۲) نشان داده شده است.

گام سوم از روش نظام مند عبارت از تعریف ضابطه برای برآورد کارایی هر مجموعه از تصمیمات است. در این مثال هدف پیمانکار این است که حمل مصالح تا حد ممکن ارزان تمام شود. بنابراین هزینه تمام شده، ضابطه مناسبی برای تشخیص خوبی یا بدی یک برنامه حمل و نقل مشخص است. در این جا میتوان از هزینه کل حمل و نقل به منزله معیاری مناسب برای برآورد هزینه استفاده کرد. از آنجا که هزینه سوخت و راننده هر دو به مسافت حمل و نقل بستگی دارند، لذا میتوان چنین فرض کرد که هزینه کل حمل حجم واحدی از مصالح، متناسب با مسافت حمل آن است. جدول (۱) نمودار مسافت بین محلهای خاکبرداری و خاکریزی است، که با استفاده از آن میتوان تابعی ریاضی را برای هزینه کل هر برنامه حمل و نقل فرضی بدست آورد. از آنجا که x_{ij} بیانگر حجم مصالح حمل شده بین مبدا i و مقصد j است، اگر d_{ij} نیز بیانگر مسافت بین i و j از جدول (۱) باشد، در این صورت "هزینه" حمل x_{ij} در مسافت d_{ij} برابر مقدار $x_{ij}\ d_{ij}$ خواهد بود. بدین ترتیب هزینه کل هر برنامه حمل و نقل را میتوان با مجموع یابی همه مقادیر $x_{ij}\ d_{ij}$ به ازای همه مسیرهای ممکن ij بدست آورد. بدین ترتیب هزینه کل C بارابطه زیر
تعریف میشود.

$$\begin{aligned} Min\ Z = {} & 0.7\,x_{AD} + 0.3\,x_{AE} + 0.2\,x_{AF} + 0.4\,x_{AG} + 0.9\,x_{AH} + 0.6\,x_{BD} \\ & + 0.5\,x_{BE} + 0.8\,x_{BF} + 0.13\,x_{BC} + 0.11\,x_{BH} + 0.3\,x_{CD} + 0.2\,x_{CE} \\ & + 0.5\,x_{CF} + 0.7\,x_{CG} + 0.8\,x_{CH} \end{aligned} \qquad (۹)$$

جدول ۲ – مقادیر حمل شده بر حسب مترمکعب بین محلهای خاکبرداری و خاکریزی محلهای خاکریزی

	D	E	F	G	H

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

A	1000	1000	1000	1000	1000
B	1000	2000	3000	1000	0
C	0	3000	4000	2000	0

با استفاده از مقادیر x_{ij} ارائه شده در جدول (۲)، به منزله یک برنامه حمل و نقل فرضی، میتوان هزینه کل این برنامه را با به کارگیری معادله (۹) بدست آورد. محاسبه این هزینه به رقم ۱۰۸۰۰ m.mk واحد منجر میشود. برای تعیین مقدار ریالی این هزینه باید هزینه ریالی حمل یک مترمکعب از مصالح در مسافت یک کیلومتر را تعیین کرد. ضرب این ضریب در معادله (۹) مقدار کل هزینه ریالی برنامه حمل و نقل مورد نظر را بدست میدهد. ولی تعیین این هزینه در این جا ضرورتی ندارد. زیرا که استفاده از واحد m.mk به عنوان معیاری از هزینه حمل و نقل برای مقایسه برنامه های مختلف کاملا معتبر و مناسب است. صرفنظر از واحد به کارگرفته شده، هرچه برنامه حمل و نقل مورد نظر بهتر باشد، مقدار هزینه C مربوطه– که از معادله (۹) بدست میآید – مقدار کمتری خواهد داشت.

پس از انتخاب برنامه مناسب برای تسطیح محل مورد نظر (جدول ۲) و تعیین هزینه آن، میتوان آن را به اجرا گذاشت; و یا اینکه یکی دو برنامه ممکن دیگر را نیز تعریف، هزینه آنها را تعیین و سپس بهترین آنها را برای اجرا انتخاب کرد. علیرغم اینکه چنین روشی بطور مکرر مورد استفاده قرار میگیرد، ولی همه مزایای مدل سازی ریاضی مورد نظر – تا وقتی که روش نظام مند طرح شده برای گرفتن نتیجه منطقی نهایی دنبال نشود آشکار نخواهد شد. از آنجا که محاسبه هزینه برنامه های ممکن مختلف کاری ساده است، لذا تلاش در جهت یافتن بهترین برنامه حمل و نقل– برنامه که کمترین هزینه را در بر دارد – کاری منطقی به نظر میرسد. این امر یعنی گام چهارم روش نظام مند، مستلزم یافتن بهترین تصمیمات ممکن است. در این مساله بهترین تصمیمات به وسیله مجموعه از مقادیر ۱۵ متغیر بالا – که در معادلات بالا صدق میکند و در عین حال کمترین هزینه را از معادله (۹) بدست میدهد – تعریف میشود. . به عبارت دیگر اگر x نمایانگر بردار متغیرهایی باشد که دارای پانزده عضو x_{ij} است، مساله مورد نظر را میتوان به صورت زیر تعریف کرد:

معادله (۹) را به ازای همه مقادیر متغیرهای x چنان کمینه کنید که همه معادلات (۳) تا (۸) را تامین کند و همه متغیرهای $x_{ij} >= 0$ باشد.

در این جا لازم است برخی از ویژگیهای مساله را مورد توجه قرار داد:

اول اینکه همه توابع مورد استفاده در معادله(۹) و سمت چپ معادلات (۳–۸) توابعی خطی از متغیرهای تعریف شده هستند. به همین دلیل این مساله بنام مساله برنامه ریزی خطی LP نامیده میشود. دوم اینکه حل این مساله با استفاده از روشهای شرح داده شده در بخش بعد، به برنامه حمل و نقلی با هزینه ۷۲۰۰ m.mk برای تسطیح محل مورد نظر منجر میشود. بدین ترتیب ملاحظه میشود که برنامه بهینه ۳۳٪ ارزانتر از برنامه نشان داده شده در جدول (۲) تمام میشود. بنابراین از نظر اقتصادی بهتر است روش نظام مند مطرح شده را تا رسیدن به نتیجه نهایی و منطقی آن دنبال کنیم. ولی قبل از بررسی روشهای حل این مساله، انواع دیگری از مسائل عملی را مورد بررسی قرار میدهم.

کارخانه تهیه قطعات پیش ساخته

یک کارخانه تهیه قطعات پیش ساخته، ۳ نوع قطعه را که با توجه به نسبت اختلاط سیمان و مصالح دارای سه مقاومت مختلف است، تولید میکند. کارخانه دارای سه خط تولید متفاوت است. مدیر کارخانه قصد دارد برنامه را برای تولید آینده این قطعه چنان طراحی کند که کارخانه بتواند همه سفارشات پیشبینی شده برای قطعه را از محل مواد اولیه موجود در انبار تامین و در عین حال سود حاصل از تولید قطعه را بیشینه کند. وزن همه قطعات تولیدی ۵۰۰ کیلوگرم است، ولی مقادیر سیمان،

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

مصالح درشت دانه و مصالح ریزدانه هر یک از قطعات با توجه به مقاومت قطعه تغییر میکند. جدول (۳) وزن مصالح مورد استفاده در هر یک از این سه قطعه را نشان میدهد.

میزان مصالح موجود در انبار کارخانه برابر: ۱۰۰۰۰ کیلوگرم سیمان به قیمت ۲,۵ واحد در هر کیلوگرم، ۴۰۰۰۰ کیلوگرم مصالح درشت دانه به قیمت ۱ واحد در کیلوگرم و ۲۰۰۰۰ کیلوگرم از مصالح ریزدانه به قیمت ۱,۵ واحد در کیلوگرم است. هر یک از سه خط تولید کارخانه میتوانند هر سه و یا برخی از انواع قطعه را به ازای هزینه های متفاوتی تولید کنند. جدول (۴) نوع قطعات تولیدی هر یک از سه خط تولید را به همراه هزینه اضافی تولید هر قطعه نشان میدهد.

جدول ۳ – وزن عناصر تشکیل دهنده هر یک از قطعات بر حسب کیلوگرم نوع قطعه

	قطعه نوع ۱	قطعه نوع ۱	قطعه نوع ۱
سیمان	۵۰	۷۵	۵۰
درشت دانه	۳۰۰	۲۵۰	۳۷۵
ریز دانه	۱۵۰	۱۷۵	۱۷۵

جدول ۴ – جزئیات خطوط تولید نوع قطعه تولیدی هزینه اضافی به ازای هر قطعه

خط تولید	قطعه	هزینه اضافی
۱	۱،۲	۵۰۰،۵۰۰
۲	۱،۲،۳	۵۰۰،۷۵۰،۱۰۰۰
۳	۳	۱۰۰۰

تعداد سفارشات کارخانه برابر حداقل ۲۰ عدد از هر یک از قطعات است. هر یک از خطوط تولید میتواند حداکثر ۸۰ قطعه را تولید کند و بعد از آن باید برای تعمیر و نگهداری متوقف شود. قیمت فروش هر یک از قطعات برابر: ۲۰۰۰ واحد برای قطعه نوع ۱، ۱۶۰۰ واحد برای قطعه نوع ۲ و ۱۷۵۰ واحد برای قطعه نوع ۳ است.

در اولین نگاه این مساله مجموعه ای از داده های گیج کننده و نامرتب است، که هیچ گونه تشابهی با مساله عملیات خاکی بخش قبل ندارد; ولی با این حال همانند مثال قبل میتوان از روش نظام مند شرح داده شده برای حل آن استفاده کرد.

اولین گام عبارت از تعیین تصمیمات لازم و منتسب کردن متغیرهایی به هر یک از آنهاست. قبل از شروع تولید، باید تعداد هر یک از انواع قطعات مورد نیاز را بدانیم. علاوه بر این تعداد هر یک از قطعاتی که در هر یک از خطوط سه گانه تولید میشود، نیز باید معلوم باشد. بدین ترتیب برنامه، تولیدی با فهرستی از تعداد هر یک از انواع قطعات تولید شده در هر یک از خطوط تولید تعیین میشود. اگر x_{ij} بیانگر تعداد قطعه تولیدی نوع i در خط تولید j باشد در این صورت تعداد کل متغیرها برابر شش عدد یعنی x_{11}، x_{12}، x_{21}، x_{22}، x_{32}، x_{33} خواهد بود.

$$x_{ij} \quad ; \; i = 1,2,3 \;\; \& \;\; j = 1,2,3$$

$$x_{31} = x_{13} = x_{23} = 0$$

گام دوم روش نظام مند ایجاب میکند که روابط بین این متغیرها را بطور دقیق مورد بررسی قرار داد. روابط مورد نظر این مساله با منظور کردن چند محدودیت بارز بدست میآید. نخستین روابط با منظور کردن شرط تولید حداقل ۲۰ عدد از هر یک از قطعات بدست میآید. این شرط با روابط ریاضی زیر تعریف میشود.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

قید تقاضا:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} \geq 20 \\ x_{21} + x_{22} \geq 20 \\ x_{32} + x_{33} \geq 20 \end{cases} \qquad (۱۰)$$

رابطه دوم را میتوان با توجه به این شرط – که همه قطعات باید از مصالح موجود در انبار ساخته شوند – نتیجه گرفت. بنابراین مقدار کل سیمان، مصالح درشت دانه و ریزدانه مصرفی نباید از مقادیر موجود در انبار تجاوز کند. هر یک از قطعات تولیدی نیازمند مقادیر متفاوتی از سیمان است، که در جدول (۳) ارائه شده اند.این شرط به رابطه ریاضی زیر منجر میشود:

قید مصالح:

$$\begin{array}{ll} 50\left(x_{11}+x_{12}\right)+75\left(x_{21}+x_{22}\right)+50\left(x_{32}+x_{33}\right)\leq 10.000 & \text{سیمان} \\ 150\left(x_{11}+x_{12}\right)+175\left(x_{21}+x_{22}\right)+175\left(x_{32}+x_{33}\right)\leq 20.000 & \text{ریز دانه} \\ 300\left(x_{11}+x_{12}\right)+250\left(x_{21}+x_{22}\right)+275\left(x_{32}+x_{33}\right)\leq 40.000 & \text{درشت دانه} \end{array} \qquad (۱۱)$$

و سرانجام مدل ریاضی مورد نظر باید این واقعیت را– که هر یک از خطوط تولید تنها میتواند ۸۰ قطعه را قبل از تعطیلی آن تولید کند– در نظر بگیرد. این شرط محدودیتهای زیر را در مورد هر یک از خطوط ایجاد میکند:

قید ظرفیت خطوط:

$$\begin{array}{ll} x_{11}+x_{21}\leq 80 & \text{خط۱:} \\ x_{12}+x_{22}+x_{32}\leq 80 & \text{خط۲:} \\ x_{33}\leq 80 & \text{خط۳:} \end{array} \qquad (۱۲)$$

روابط ۹ گانه (۱۲–۱۰) نمایشگر همه محدودیتهای ذکر شده در مورد مقادیر قابل قبول شش متغیر مورد نظر است.

تعیین برنامه شدنی تولید، مستلزم یافتن مقادیری برای متغیرهای ششگانه است که همه روابط (۱۰–۱۲) را تامین کنند. در این جا نیز همانند مثال عملیات خاکی تعداد مجموعه مقادیر قابل قبولی که نمایشگر برنامه های تولید شدنی باشد بسیار زیاد است. مسئله مورد نظر ایجاب میکند، که سود کارخانه حداکثر باشد. و لذا باید تابع سودی را برای تسهیل محاسبه سود برنامه های تولید شدنی تعریف کرد. برای محاسبه سود، ابتدا باید هزینه کل تولید هر یک از قطعات را– از طریق محاسبه جمع هزینه مصالح و هزینه تولید– برآورد کرد. مصالح مورد استفاده در قطعه نوع ۱ در جدول (۳) داده شده است، که با منظور کردن هزینه واحد آنها، هزینه مصالح قطعه ۱ برابر $(50\times 2.5)+(300\times 1)+(150\times 1.5)=650$ واحد بدست میآید. هزینه مصالح مورد استفاده در قطعه نوع ۲ نیز برابر $(75\times 2.5)+(250\times 1)+(175\times 1.5)=700.07$ و هزینه مصالح قطعه نوع ۳ معادل $(50\times 2.5)+(275\times 1)+(175\times 1.5)=662.5$ واحد بدست میآید. اکنون باید هزینه های تولید ارائه شده در جدول (۴) را نیز به این هزینه ها افزود. قطعه نوع ۱ را میتوان به ازای ۵۰۰ واحد هزینه اضافی از طریق خط تولید ۱ ساخت که با منظور کردن ۶۵۰ واحد هزینه مصالح به هزینه کلی برابر ۱۱۵۰ واحد خواهد شد. این قطعه را میتوان به ازای ۱۰۰۰ واحد

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

هزینه؛ اضافی از طریق خط تولید ۲ نیز تولید کرد; که هزینه کل آن برابر ۱۶۵۰ واحد میشود. هزینه، کل تولید قطعه نوع ۲ از طریق خط تولید ۱ برابر ۲۱۰۰ واحد و از طریق خط تولید ۲ برابر ۱۴۵۰ واحد است. به همین ترتیب میتوان هزینه کل تولید قطعه نوع ۳ را از طریق خط تولید ۲ برابر ۱۱۶۲,۵ واحد و از طریق خط تولید ۳ برابر ۱۶۶۲,۵ واحد بدست آورد.

هزینه کل:

قطعه	1	2	3
خط۱	1150	1200	-
خط۲	1650	1450	1162.5
خط۳	-	-	1662.5

اکنون میتوان سود حاصل از فروش هر یک از قطعات تولید شده در خطوط تولید مختلف را – با توجه به معلوم بودن قیمت فروش آنها به صورتی که در پی میآید – محاسبه کرد. اگر p_{ij} بیانگر سود حاصل از قطعه i تولید شده در خط تولید j باشد، در این صورت p_{11} برابر حاصل تفریق قیمت فروش قطعه نوع ۱، ۲۰۰۰ واحد، و هزینه کل تولید این قطعه در خط تولید ۱، ۱۱۵۰ واحد، یعنی p_{11}=۸۵۰ خواهد بود. به روشی مشابه میتوان مقادیر p_{12} = ۲۰۰۰ – ۱۶۵۰ = ۳۵۰، p_{21}=۱۶۰۰–۱۲۰۰=۴۰۰ ، p_{22} =۱۵۰ ، p_{32}= ۵۸۷,۵ ، p_{33} = ۵۸۷,۵ را بدست آورد.

تابع سود کل را اکنون میتوان با مجموعیابی p_{ij} x_{ij} به ازای همه مقادیر ممکن i , j بدست آورد. بنابراین:

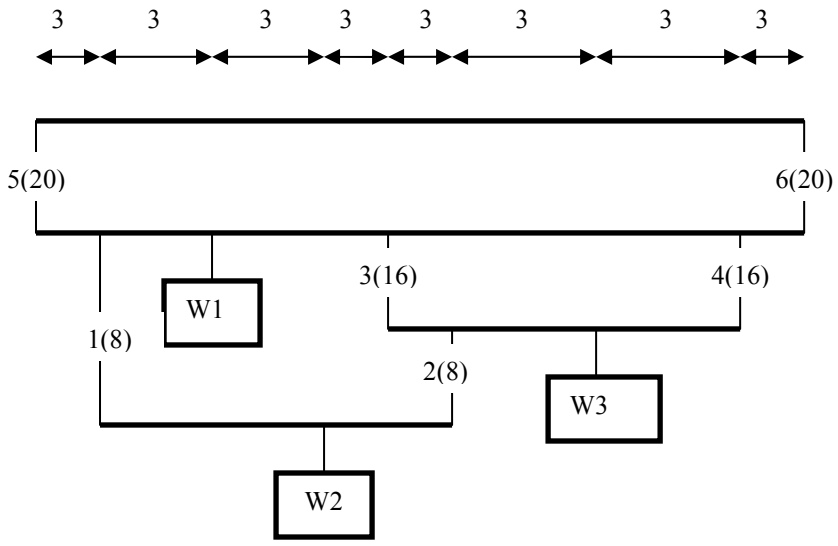
$$Z = 850x_{11} + 400x_{21} + 350x_{12} + 150x_{22} + 587.5x_{32} + 87.5x_{33} \qquad (۱۳)$$

با استفاده از رابطه (۱۳) میتوان سود حاصل از هر برنامه شدنی تولید را (یعنی مقادیری از متغیرها که نامعادلات (۱۰–۱۲) را تامین کنند) برآورد کرد. در این جا نیز (همانند مساله عملیات خاکی بخش قبل) میتوان یک برنامه شدنی تولید فرضی را به سادگی انتخاب کرد. برای مثال $x_{ij} = 20$ در همه نامعادلات (۱۰–۱۲) صدق میکنند. جایگذاری این مقادیر در معادله (۱۳) سودی برابر ۴۸۵۰۰ واحد را بدست میدهد. سود حاصل از برنامه های شدنی دیگری را نیز میتوان به سادگی محاسبه کرد; ولی استفاده از روش نظام مند امکان یافتن بهترین برنامه ممکنی را – که سود حاصل را بیشینه کند – فراهم میسازد. اگر x بیانگر برداری از شش متغیر x_{ij} باشد، در این صورت مساله مورد نظر را میتوان به صورت ریاضی زیر تعریف کرد:

معادله (۱۳) را به ازای همه مقادیر x چنان بیشینه کنید که همه نامعادلات (۱۰–۱۲) تامین شوند و متغیرهای $x_{ij} >= 0$ باشند. در این جا نیز (همانند مساله عملیات خاکی بخش قبل) میتوان دید که همه توابع سمت چپ معادلات (۱۰–۱۲) و تابع هزینه (۱۳) توابعی خطی از x هستند. بنابراین این مساله نیز از نوع مسائل برنامه ریزی خطی است، که آن را میتوان با هر روشی – که قادر به حل مسائل LP باشد – حل کرد. حل این مساله نشان میدهد که بهترین سیاست تولیدی به سودی برابر ۹۵۳۱۸ واحد منجر میشود، که نسبت به سیاست انتخاب شده در بالا حدود ۶۹% افزایش دارد. چنین افزایشی ضرورت ادامه روش نظام مند، تا حصول نتیجه نهایی آن و همچنین مطالعه بیشتر در مورد چگونگی حل مسائل برنامه ریزی خطی را مورد تاکید قرار میدهد. مثال بعدی که از مرحله طراحی یک پروژه استخراج شده، نمایانگر زمینه دیگری از کاربردهای برنامه ریزی خطی است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۱ – طراحی جراثقال: حداکثر بتن قابل حمل توسط جراثقال کابلی چقدر است.



حل : ابتدا مقادیر نیروی داخلی کابلهای ۱ تا ۶ ($F_6, F_5, F_4, F_3, F_2, F_1$) را با صفر قرار دادن لنگرها نسبت به موقعیت کابلها بدست میآوریم.

$$F_1 = \frac{1}{3} w_2 \qquad F_2 = \frac{2}{3} w_2 \qquad F_3 = \frac{8}{15} w_2 + \frac{2}{5} w_3$$

$$F_4 = \frac{2}{15} w_2 + \frac{3}{5} w_3 \qquad F_5 = \frac{3}{4} w_1 + \frac{7}{12} w_2 + \frac{1}{4} w_3 \qquad F_6 = \frac{1}{4} w_1 + \frac{5}{12} w_2 + \frac{3}{4} w_3$$

بدین ترتیب مسئله مورد نظر بصورت زیر تعریف میشود.

$$Max = Z = w_1 + w_2 + w_3$$

$$S.T: \quad F_1 \le 8; \quad F_2 \le 8 \quad F_3 \le 16 \quad F_4 \le 16$$

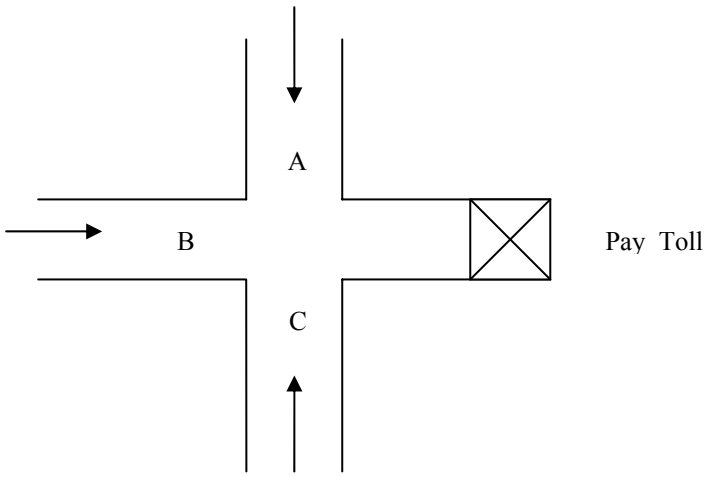
$$F_5 \le 20 \quad F_6 \le 20 \quad w_1, w_2, w_3 \ge 0$$

مدیریت چراغ راهنمایی :

ظرفیت اخذ عوارض ۱۵۰۰ در ساعت. حد اکثر سیکل چراغ قرمز ۳ دقیقه. حداقل ۳۰ ثانیه چراغ سبز در هر مسیر. در هر لحظه یکی از چراغها سبز است. برنامه چراغ راهنمایی را برای حداکثر کردن درآمد بنویسید.

40	35%	65%	50%	A
85	40%	25%	45%	B
120	25%	10%	5%	C

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific



حل:

t_i زمان چراغ سبز مسیر i ام.

$$Max\ f = \frac{769\,t_1}{3600}\left[(0.5\times 40+0.45)(85+0.05\times 120)\right]$$
$$+\frac{1604\,t_2}{3600}\left[0.65\times 40+0.25\times 85+0.1\times 120\right]$$
$$+\frac{612}{3600}t_3\left[0.35\times 40+0.4\times 85+0.75\times 120\right]=1414t_1+2639t_2+1326t_3$$

قید ظرفیت:

$$\frac{792}{3600}t_1+\frac{1604}{3600}t_2+\frac{612}{3600}t_3\le\frac{1500}{3600}(t_1+t_2+t_3)$$
$$0.53t_1+1.07t_2+0.4t_3\le t_1+t_2+t_3$$

قید چراغ سبز :

$$t_1,t_2,t_3\ge 30$$

قید سیکل چراغ:

$$t_1,t_2,t_3\le 180$$

مسئله مناقصه : مراحل اساسی مناقصه ها را میتوان بصورت زیر تعریف کرد.

الف : کارفرما حجم کلیه عملیاتی را که پیمانکار باید انجام دهد، را تعیین می کند.

ب : پیمانکاران رقم پیشنهادی خود را بر مبنای هزینه واحد فعالیتها و حجم عملیات تعیین شده محاسبه و ارائه می کند.

ج : برنده مناقصه بر اساس کمترین هزینه کل پیشنهادی تعیین می شود.

چ : عقد قرار داد براساس هزینه واحد عملیات پیشنهادی و نه هزینه کل پیشنهادی صورت می گیرد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

ه : پرداخت براساس حجم کار انجام شده در پایان هر ماه طبق صورت وضعیت صورت می گیرد.

ظرایف مناقصه:

پیمانکار برای عملیاتی که در ماههای اولیه اجرای پروژه انجام می شود قیمت بیشتر و برای عملیات ماههای پایانی قیمت کمتری پیشنهاد داده و از این طریق درآمد ماههای ابتدایی خود را بطور قابل ملاحظه ای افزایش میدهد. پیمانکار با سرمایه گذاری درآمد اضافی کسب شده در طول اجرای پروژه سود کل خود را از اجرای پروژه افزایش میدهد. این سیاست را میتوان با ماکزیمم کردن ارزش آینده (یا حال) همه در آمدهای دوره ای اعمال کرد.

حل :

فرض کنید اجرای پروژه مستلزم انجام n قلم عملیات با زمان کل تکمیل m ماه باشد.

متغیرهای تصمیم : هزینه واحد عملیات (n عملیات)

$x_i \quad i = 1.....n$

حجم عملیات i ام انجام شده در ماه j ام

$g_{ji} \qquad i = 1.....n \qquad j = 1.....m$

درآمد ماه jام از انجام عملیات iام (از نوع دوره ای)

$g_{ji}\ x_i$

ارزش حال درآمد ماه jام از انجام عملیات iام

$g_{ji}\ x_i (1+i)^{-j}$

ارزش حال حاصل از انجام کلیه عملیات (تابع هدف)

$$f = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} g_{ji}\ x_i (1+i)^{-j}$$

قید مناقصه :

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} g_{ji}\ x_i \quad \le B$$

B نمایشگر رقم برآورد شده توسط کارفرماست.

قید عرف:

$x_e \ge x_r$

قید حداقل و حداکثر:

$x_i \ge C_i^{min}$

$x_i \le C_i^{max}$

قید زمان بندی درآمد:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} g_{ji}\, x_i = \frac{k}{m}.B.\alpha$$

a = ضریب تناسب درآمد $a=1$ درآمد متناسب با زمان $a \neq 1$ عدم توازن مناقصه

مثال:

				پیشنهاد	
اقلام	عملیات	حجم	هزینه واحد	کل هزینه	زمان
1	بوته کنی	25000	2000	50	3
2	خاکبرداری	60000	1000	60	12
3	سنگبری	40000	35000	140	12
4	نظافت	25000	2000	50	15
	نهائی			300	

نرخ ماهیانه بهره ۱۰٪

پیشنهاد فرضی

$$f = 50(1.01)^{-3} + 60(1.01)^{-12} + 140(1.01)^{-12} + 50(1.01)^{-15} = 269$$

پیشنهاد بهینه:

$$Max\ f = 1000\left(25x_1(1.01)^{-3} + 60x_2(1.01)^{-12}\, 40x_3(1.01)^{-12} + 25(1.01)^{-15}\right)$$

$$S.T:$$

$$x_2 \le x_3 \qquad x_1 = 3000 \qquad z = 271.8 \rangle 269$$

$$1000 \le x_1 \le 3000 \quad \Rightarrow \quad x_2 = x_3 = 2000$$

$$x_2 \ge 1000 \qquad x_4 = 1000$$

$$1000 \le x_4 \le 3000$$

مساله برنامه ریزی خطی عمومی

مساله برنامه ریزی خطی عمومی را میتوان بصورت ریاضی زیر بیان کرد:

فعالیتها (متغیرهای تصمیم) $x_i \;;\; i = 1,.....n$

منابع موجود که باید به n فعالیت تخصیص داده شود $c_j \;;\; j = 1,.....m$

مقدار لازم از منبع j ام برای انجام یک واحد از فعالیت i ام b_{ji}

هزینه حاصل از انجام یک واحد فعالیت i ام a_i

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

انجام فعالیتها را بگونه ای برنامه ریزی کنید که هزینه حاصل مینیمم شود.

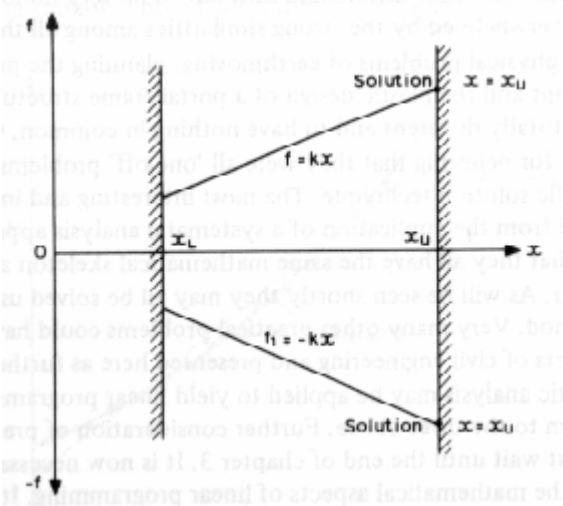
$$Min\ f = \sum_{1}^{n} a_i\ x_i$$

$$S.T: \quad \sum_{1}^{n} b_{ji}\ x_i \geq C_j \qquad j = 1,.....m_1 \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{1}^{n} b_{ji}\ x_i \leq C_j \qquad j = m_1 + 1.....m$$

$$x_i \geq 0 \quad , C_j \geq 0$$

در این مساله f بیانگر تابعی خطی است که باید آن را به ازای متغیرهای $x_i; i=1,2,...n$ کمینه کرد. و تابع f اغلب بنام تابع هدف یا تابع مزیت خوانده میشود. ضرائب $a_i; i=1,2,...n$ ثابتهایی معلوماند. اگر حل مساله ای مستلزم بیشینه سازی تابع f باشد در این صورت به سادگی میتوان آن را به مساله ای از نوع کمینه سازی تابع دیگری چون f' که برابر $(-f)$ است تبدیل کرد. شکل زیر نشان میدهد که بیشینه تابع خطی $f=kx$ تحت محدودیتهای $x_L \leq x \leq x_U$ در نقطه ای چون $Vx=x$ رخ میدهد، که در آن مقدار تابع $f'=-kx$ تحت همان محدودیتها $x_L \leq x \leq x_U$ کمینه میشود.



شکل ۶ – بیشینه سازی f معادل است با کمینه سازی $f'=-f$

بنابراین به منظور کردن مسائل بیشینه سازی به صورت جداگانه نیازی نیست. زیرا مساله ارائه شده در مساله (۱۴) در قالب کمینه سازی در واقع در بردارنده مسائل بیشینه سازی نیز هست. شرایط یا محدودیتهایی که متغیرها نباید از آنها تخلف کنند معمولا بنام "قیود" خوانده میشود. لذا مساله (۱۴) دارای M قید است. سمت چپ هر یک از قیود تابعی خطی از متغیرها، که در آن ضرایب b_{ij} نیز ثابتهایی حقیقی و معلوم فرض شده اند، و سمت راست آنها ضرائب ثابتی چون $C_j; j=1,2,... M$ ، است. معمولا قیود بگونه ای مرتب میشوند که هیچ یک از مقادیر C_j ها منفی نباشد. در این جا M قید موجود به دو دسته تقسیم شده اند. دسته اول، قیود g_j، در بردارنده M نامعادله از نوع =< و دسته دوم، قیود h_j، که در بردارنده $(M-M_1)$ قید از نوع =>است. آخرین رابطه ایجاب میکند که مقادیر متغیرها نامنفی (و به عبارت دیگر مثبت یا صفر) باشند. اگر مسائل قبلی را با صورت عمومی ارائه شده در مساله (۱۴) مقایسه کنیم، به سادگی درمییابیم که همه آنها بر قالب عمومی ارائه شده منطبق اند. تنها مساله عملیات خاکی میتواند سؤال برانگیز باشد که در آن قیود همه از نوع تساوی

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

اند. به نظر میرسد که صورت عمومی ارایه شده در مساله (۱۴) قیود تساوی را منظور نکرده است، در حالی که قیود تساوی حالت خاصی از نامعادلات اند که – همانگونه که بعدا خواهم دید – فرآیند حل مساله را نیز تسهیل میکنند. بدین ترتیب میتوان نتیجه گرفت که مساله عملیات خاکی نیز در قالب عمومی مساله (۱۴) جای میگیرد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

روش های حل مسائل برنامه ریزی خطی:

حال که با نحوه فرمولبندی مسائل برنامه ریزی خطی آشنا شدیم، روشهای مختلف حل مسائل خطی را بررسی می کنیم.

برای حل این نوع مسائل۳ روش ۱- گرافیکی ۲- جبری ۳- سیمپلکس موجود است. بدین منظور مسئله خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$Min\ f = \sum_{1}^{n} a_i\, x_i$$

$$S.T: \quad \sum_{1}^{n} b_{ji}\, x_i \geq C_j \qquad j = 1,.....m_1$$

$$\sum_{1}^{n} b_{ji}\, x_i \leq C_j \qquad j = m_1 + 1.....m$$

$$x_i \geq 0 \quad , C_j \geq 0$$

برای مثال

$$Min\ f = 6x_1 + 4x_2$$

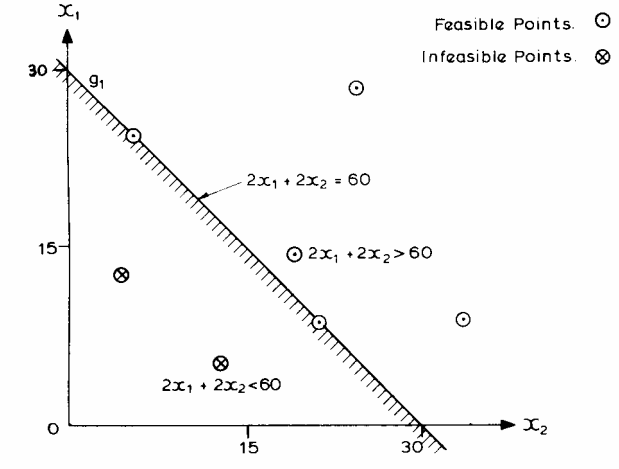
$$S.T:$$

$$2x_1 + 2x_2 \geq 60$$
$$2x_1 + 4x_2 \geq 80$$
$$4x_1 \geq 60$$
$$4x_2 \geq 20$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 120$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

۱ـ روش گرافیکی:

الف: شرط نامنفی بودن متغیرها، $x_1, x_2 \geq 0$ ، ایجاب میکند که نمایش نموداری این مساله به ربع اول دستگاه مختصات محدود شود.

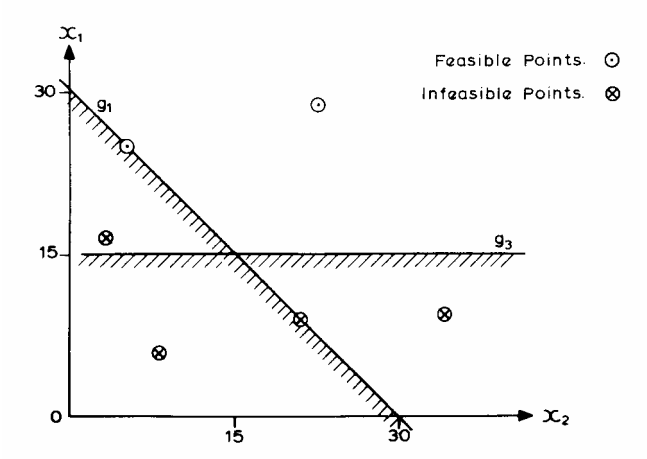
ب: حال قید g_1 را در نظر بگیرید. این قید در صورت تساوی آن، یعنی $2x_1 + 2x_2 = 60$، بیانگر یک خط راست است که در شکل زیر با خط راستی در ربع اول مختصات نشان داده شده است.



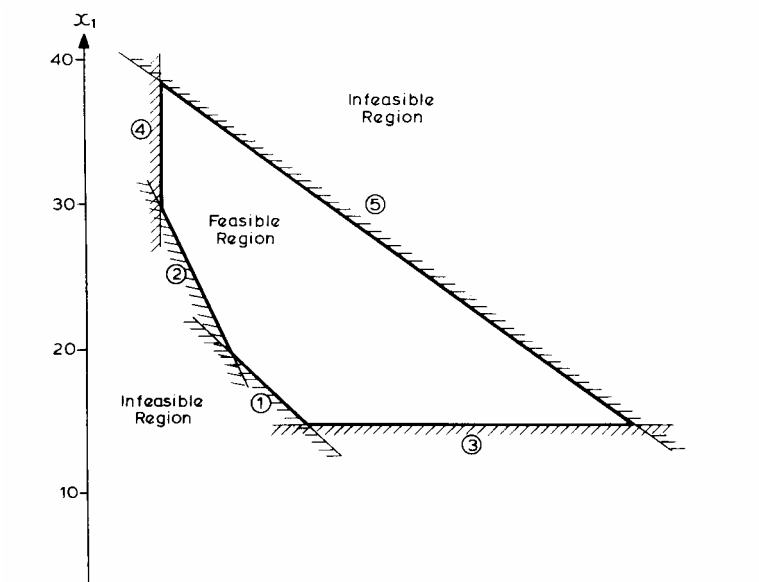
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

آن دسته از مقادیر x_1, x_2 که در معادله $2x_1 + 2x_2 = 60$ صدق کنند، بر روی این خط راست قرار گرفته و برای قید g_1 شدنی نامیده میشوند زیرا که هیچیک از آنها از قید g_1 تخلف نمیکنند. مقادیری از x_1, x_2 که به ازای آنها تابع $2x_1 + 2x_2$ مقداری بزرگتر از ۶۰ داشته باشد، نیز کماکان قید نامساوی g_1 را تامین خواهد کرد. در واقع این نقاط در سمت مخالف مبدا مختصات نسبت به خط مستقیم مورد نظر قرار گرفته و کماکان برای قید g_1 شدنی هستند. بر عکس مقادیری از x_1, x_2 که به ازای آنها تابع $2x_1 + 2x_2$ مقداری کمتر از ۶۰ داشته باشد، در سمت موافق مبدا مختصات نسبت به خط مستقیم مورد نظر قرار میگیرند. این نقاط در نامعادله مورد نظر صدق نمیکنند و لذا در رابطه با قید g_1 "نشدنی" خوانده میشوند. برای اینکه غیرقابل قبول بودن چنین نقاطی را به منزله جواب مساله نشان داده باشیم، خط مورد نظر را در شکل از سمت نشدنی هاشور زده ایم.

حال اگر قید g_3 را نیز به شکل اضافه کنیم، این قید هم دو ناحیه شدنی و نشدنی را ایجاد خواهد کرد. تعدادی از نقاطی که از قبل برای g_1 شدنی بودند، اکنون برای g_3 ناشدنی خواهند شد و بدین ترتیب مشاهده میشود که قید جدید اندازه ناحیه ای را که برای هر دو قید شدنی باشد، کاهش داده است.



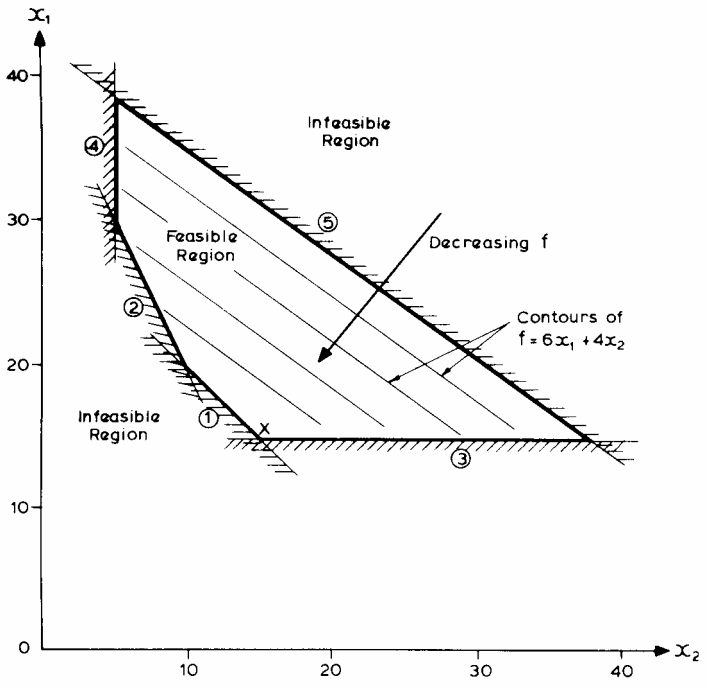
اگر فرآیند فوق را برای همه قیود موجود در مساله تکرار کنیم، به نتیجه که در شکل زیر نشان داده شده است، دست خواهم یافت.



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

همانگونه که میبینیم، مجموعه قیود مساله دو ناحیه "شدنی" و ناحیه "نشدنی" را ایجاد کرده است. هر نقطه فرضیی که در داخل ناحیه شدنی و یا بر روی مرزهای آن قرار گرفته باشد، همه قیود مساله را تامین میکند. چنین نقطه ای بنام "نقطه شدنی" خوانده میشود و میتوان آن را به منزله یکی از جوابهای ممکن مساله منظور کرد. نقطه ای که یکی از قیود و یا تعدادی از آنها را تامین نکند، به عبارت دیگر در ارتباط با حداقل یکی از قیود نشدنی باشد، بنام "نقطه نشدنی" خوانده میشود. چنین نقطه ای را نمیتوان به منزله یکی از جوابهای ممکن مساله منظور کرد. زیرا که این نقطه در داخل ناحیه نشدنی هاشور زده شده، قرار خواهد گرفت. ناحیه شدنی مثال نشان داده شده در شکل ناحیه ای بسته است. زیرا که این ناحیه بطور کامل از طریق مرزهای آن بسته شده است. در حالت کلی ناحیه شدنی ممکن است "باز" باشد. برای مثال اگر قید h_5 مساله مورد نظر حذف شود، در این صورت ناحیه شدنی مساله ناحیه ای باز خواهد بود.

جواب مساله، همانگونه که قبلا اشاره کردیم، باید در داخل ناحیه شدنی و یا بر روی مرزهای آن قرار داشته باشد. اکنون میتوان از تابع هدف، $f = 6x_1 + 4x_2$ ، برای یافتن موقعیت دقیق جواب مساله استفاده کرد. تابع هدف، $f = 6x_1 + 4x_2$ ، در واقع نمایشگر معادله صفحه ای است که خطوط تراز آن در شکل زیر به همراه ناحیه شدنی مساله مورد نظر نشان داده شده است.



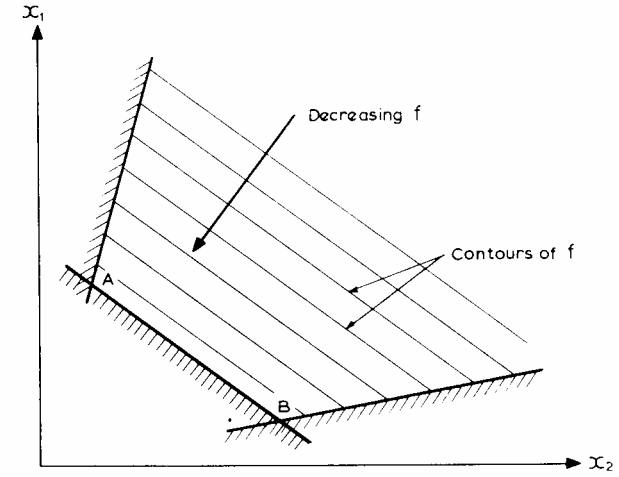
شکل ۸ – نمایش گرافیکی مسئله

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

شیب این صفحه به سمت مبدا مختصات و لذا پیکان نشان داده شده در شکل نمایشگر جهت عمومی کاهش مقدار تابع f است. جواب مساله مورد نظر با نقطه ای نشان داده میشود که در داخل ناحیه شدنی قرار داشته و تابع f در آن کمترین مقدار خود را داشته باشد. به سادگی میتوان تشخیص داد که چنین نقطه ای باید همان نقطهX نشان داده شده در شکل بالا باشد. برای دریافت تصویر بهتری از این شکل میتوان تابع f را به منزله زمینی شیبدار و مرزهای ناحیه شدنی را به منزله دیوارها و یا حصارهایی بر روی این زمین فرض کرد. در این صورت توپی که در بالای شیب (مثلا جایی در کنار دیوار h_5) رها شود، تا قبل از برخورد به حصار و یا دیوار دیگری، به غلتیدن به سمت پایین شیب ادامه خواهد داد، پس از آن نیز توپ فرضی به حرکت خود در امتداد دیوار مورد اشاره و به سمت پایین ادامه خواهد داد تا به پایینترین نقطه زمین مورد نظر برسد. این نقطه – همانگونه که از شکل پیداست – همان نقطه تقاطع دیوارهای g_1 و g_3 (یعنی نقطه X) است. بنابراین نقطه X نمایشگر جواب مساله است، که با توجه به شکل مختصات آن با رابطه $X_2=15$, $x_1=15$ تعریف میشود. مقدار تابع f در این نقطه برابر ۱۵۰= f^* است، که در آن علامت * بیانگر بهینگی جواب است.

بدیهی است که روش نموداری را تنها میتوان برای حل مسائل دو متغیره بکار برد. برای حل مسائلی با بیش از دو متغیر، باید از روشهای عددی یا جبری استفاده کرد. با این حال روش نموداری تشریح شده برخی از ویژگیهای مهم مسائل برنامه ریزی خطی را آشکار و از این طریق زمینه را برای ابداع روشهای سریع عددی فراهم میکند. تفسیر ارائه شده در مورد مساله برنامه ریزی خطی به منزله توپی غلتان بر روی سطحی شیبدار نشان میدهد که نقطه سکون توپ تنها میتواند بر روی یکی از مرزهای مساله مورد نظر باشد. بدین ترتیب جواب حقیقی و متناهی یک مساله LP – در صورت وجود – بر روی یکی از مرزهای ناحیه شدنی قرار خواهد داشت. علاوه بر این، همانگونه که قبلا اشاره کردیم، نقطه سکون توپ فرضی مورد نظر بر محل تقاطع دو مرز از مرزهای ناحیه شدنی (یعنی بر یکی از رئوس محدوده شدنی) منطبق خواهد بود. تنها استثنای ممکن از این قاعده، وقتی رخ میدهد که پایینترین مرز قیدی مساله دومتغیره، مطابق آنچه در شکل زیر نشان داده شده است، موازی خطوط تراز تابع هدف باشد. در چنین حالتی هر نقطه واقع در بین نقاط A و B نمایشگر جواب مساله است، زیرا که هم شدنی است و هم کمترین مقدار تابع هدف را بدست میدهد. با این حال از آنجا که دو انتهای مرز قیدی مورد نظر، رئوس A و B، نیز همانند سایر نقاط مابین آنها میتوانند جواب مساله باشند، کماکان میتوان گفت که جواب مساله برنامه ریزی خطی همواره بر یکی از رئوس مرزهای ناحیه شدنی منطبق خواهد بود. این قاعده که از مثال نمونه دومتغیره ای نتیجه گیری شده است، در مورد مسائل N متغیره نیز صادق است. اهمیت این قاعده در ابداع روشهای عمومی حل مسائل خطی به قدری است که بار دیگر آن را به منزله یک اصل عمومی تکرار میکنیم:

"جواب مساله برنامه ریزی خطی همواره بر یکی از رئوس قیدی آن منطبق است"



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

شکل ۹- تمام نقاط واقع بر قید AB بهینه میباشند

۲ـ روش جبری:

برای ابداع روش عددی حل مسائل عمومی برنامه ریزی خطی N متغیره عمومی، میتوان از این اصل استفاده کرد. هر یک از رئوس قیدی نامزد مناسبی برای جواب مساله است، لذا به منزله یکی از روشهای حل مسائل خطی، میتوان ابتدا موقعیت همه رئوس قیدی مساله مورد نظر را پیدا و سپس از بین آنها راسی شدنی را که تابع هدف در آن کمترین مقدار خود را داراست، انتخاب کرد.

رئوس قیدی مثال دومتغیره نشان داده شده در شکل (۸) از تقاطع دو مرز قیدی بوجود میآیند. مرزهای قیدی، همانگونه که در قبل نشان دادیم، نمایشگر نقاطی اند که قیود مساله را به صورت تساوی تامین میکنند. بنابراین راس X مربوط به مساله را میتوان از حل دستگاه معادلات حاصل از منظور کردن معادله قیود g_1 و g_3 به صورت تساوی، بدست آورد. به عبارت دیگر مختصات x_1 و x_2 نقطه X از حل معادلات زیر بدست میآید:

$$2x_1 + 2x_2 \geq 60$$
$$4x_1 \quad = 60$$

رئوس قیدی یک مساله دومتغیره را میتوان با حل دستگاه معادلات حاصل از هر جفت فرضی از قیود مساله بدست آورد. تعیین جواب یک مساله LP سه متغیره مستلزم تعیین سه مختصات است. بنابراین برای یافتن یک راس قیدی فرضی باید سه قید از قیود مساله را به منزله یک دستگاه معادله حل کرد. به همین ترتیب برای یافتن رئوس قیدی یک مساله N متغیره باید دستگاه معادله حاصل از N قید مساله را بر حسب N متغیر مجهول حل کرد.

مساله دومتغیره شرح داده شده، در مجموع دارای هفت قید (g_1 تا g_4 و h_5 و دو قید نامنفی بودن متغیرها) است. برای یافتن موقعیت همه رئوس ممکن این مجموعه قیود، باید همه حالاتی را که بر اساس آن میتوان دو قید از مجموعه هفت قید موجود را انتخاب و سپس دستگاه معادلات مربوطه را حل کرد، مورد بررسی قرار داد. تعداد حالاتی که بر اساس آن میتوان دو قید از هفت قید موجود را انتخاب کرد، از رابطه زیر بدست میآید:

$$C_2^7 = 21$$

بدین ترتیب تعداد رئوس ممکن مساله مورد نظر برابر با ۲۱ است، که هر یک از آنها از طریق حل دستگاه دو معادله بدست میآید. این روش – در صورتی که مستلزم یافتن همه رئوس ممکن باشد – به عملیات محاسباتی بسیار دقیقی نیاز دارد. شکل (۸) نشان میدهد که تنها پنج راس از بیست و یک راس ممکن در ناحیه شدنی مساله قرار دارند و شانزده راس باقیمانده (همچون نقطه x_1=۱۵ ، x_2 =۱۲,۵) یعنی راس حاصل از تقاطع قیود g_2 و g_3، نقاطی نشدنی اند. بنابراین پس از محاسبه همه بیست و یک راس ممکن، باید هر یک از آنها را برای شدنی یا نشدنی بودنشان وارسی کرد. این امر مستلزم جاگذاری مختصات هر یک از رئوس در مجموعه قیود مساله و حذف آنها در صورت تامین نکردن هر یک از قیود هفتگانه مساله است. بدیهی است که فرآیند وارسی هر یک از بیست و یک راس قیود هفتگانه مساله و یافتن رئوس شدنی، کاری بسیار خسته کننده خواهد بود. از آنجا که تنها پنج راس از بیست و یک راس مورد نظر شدنی اند، بیش از ۵۷ درصد از عملیات مربوط به محاسبه و وارسی رئوس ممکن، بیهوده خواهد بود. مرحله نهایی برآورد مقدار تابع هدف در هر یک از رئوس شدنی و

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

انتخاب نقطه؛ مربوط به کمترین مقدار تابع هدف به منزله نقطه جواب نهایی، ساده ترین مرحله از مراحل تشریح شده است. مراحل این روش را در مورد مسئله ای با n متغیر تصمیم و m قید میتوان بصورت زیر خلاصه کرد.

ـ حل n معادله از m قید موجود و بدست آوردن نقاط تقاطع معادلات قیدی تحت عنوان رئوس قیدی.

ـ تعیین رئوس شدنی، از طریق جایگذاری در معادلات قیدی.

ـ تعیین راس قیدی بهینه بعنوان جواب(مختصات رئوس شدنی را در معادله تابع هدف قرار می دهیم و بهترین جواب را پیدا می کنیم.)

در یک مسأله با n متغیر تصمیم و m قید تعداد رئوس و در نتیجه تعداد دستگاه معادلاتی n*n که باید برای بدست آوردن این رئوس حل کرد از رابطه زیر به دست می آید.

$$C_n^m = \frac{m}{n(m-n)}$$

روش عددی شرح داده شده در بالا به رغم کاربردی بودن آن به حجم زیادی از محاسبات عددی نیاز دارد. درصد بالایی از محاسبات انجام شده غیرمولد و در نهایت دور ریختنی اند. این فرآیند – همانگونه که قبلا نشان داده شد – حتی برای مسائل دومتغیره بسیار طولانی و خسته کننده است. مثال مربوط به کارخانه قطعات پیش ساخته، شش متغیر و پانزده قید دارد و لذا تعداد کل رئوس قیدی آن به صورت زیر بدست میآید:

$$C_6^{15} = 5005$$

محاسبه هر یک از این رئوس ۵۰۰۵ گانه مستلزم حل دستگاه معادله متشکل از شش معادله و شش مجهول است. به سادگی میتوان دریافت که این محاسبات همانند فرآیند طولانی وارسی هر یک از رئوس مجموعه قیود مساله جهت تعیین شدنی بود نشان، کاری بسیار حجیم و هزینه بر است. در اینجا هم اطلاعات مربوط به بیش از ۵۷ درصد رئوس قبل از یافتن جواب مساله دور ریخته میشود.

هرچه مساله مورد نظر بزرگتر باشد، استفاده از روش مبتنی بر یافتن تمامی رئوس قیدی، برای دستیابی به جواب پرهزینه تر میشود. بدین ترتیب افزایش کارآیی حل مسائل برنامه ریزی خطی مستلزم ابداع روش بهتری است. خوشبختانه چنین روشی موسوم به "روش سیمپلکس" – که امروزه استفاده همگانی یافته – موجود است. روش سیمپلکس نیز مبتنی بر استفاده از رئوس قیدی است، ولی این روش تنها رئوس شدنی را بجای یافتن و وارسی کردن همه رئوس ممکن مورد بررسی قرار میدهد. روش سیمپلکس – پس از یافتن اولین راس شدنی – مسیر خود را در جهت کاهش مقدار تابع هدف به سمت راس شدنی دیگری ادامه میدهد. این فرآیند تا زمانی ادامه مییابد که امکان یافتن راس دیگری – که مقدار تابع هدف در آن کمتر از مقدار تابع f در راس قبلی باشد – وجود نداشته باشد. روش سیمپلکس به دلیل کم بودن دور ریز اطلاعات محاسبه شده بسیار سریع است.

تکنیکهای حل مسائل خطی

در فصل ۲ صورت کلی مسائل برنامه ریزی خطی و ضرورت حل آنها مورد بررسی قرار گرفت. در این فصل جزئیات متداولترین روش حل مسائل برنامه ریزی خطی (یعنی روش سیمپلکس) شرح داده میشود.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۳-۱ روش سیمپلکس برای حل مسائل برنامه ریزی خطی

روش سیمپلکس را میتوان برای حل آن دسته از مسائل PL که به صورت کلی ارائه شده در مساله (۲-۶۲) فصل دوم تعریف شده اند، بکار برد. برای راحتی خواننده بار دیگر صورت کلی مسائل PL را در اینجا ارائه میکنیم.

$$Min\ f = \sum_{1}^{n} a_i\ x_i$$

$$S.T: \quad \sum_{1}^{n} b_{ji}\ x_i \geq C_j \qquad j = 1,.....m_1$$

$$\sum_{1}^{n} b_{ji}\ x_i \leq C_j \qquad j = m_1 + 1.....m$$

$$x_i \geq 0 \quad , C_j \geq 0$$

برای نشان دادن چگونگی استفاده از روش سیمپلکس در حل مساله (۳-۱) بار دیگر از همان مثال دومتغیره، مساله (۲-۷۲) فصل ۲، قبلی استفاده میکنیم:

$$Min\ f = 6x_1 + 4x_2$$

$$S.T:$$

$$2x_1 + 2x_2 \geq 60$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 80$$

$$4x_1 \geq 60$$

$$4x_2 \geq 20$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

گام اول : تبدیل قیود نامساوی به قیود از نوع تساوی.

روش سیمپلکس با معرفی متغیرهای مازادی که به ظاهر ابعاد مساله مورد نظر و پیچیدگی آن را افزایش میدهد، آغاز میشود. هر یک از قیود نامساوی از طریق اضافه یا کم کردن یک متغیر جدید نامنفی به سمت چپ قید مورد نظر به قیود تساوی تبدیل میشوند. در مساله تعریف شده از طریق روابط (۳-۱)، M_1 قید g_j ایجاب میکنند تا کمیت سمت چپ، بزرگتر یا مساوی کمیت سمت راست آن باشد. برای ایجاد رابطه تساوی بین سمت چپ و راست نامساوی باید کمیتی، متغیری، نامنفی را از سمت چپ نامساوی کسر کرد. از طرف دیگر کمیت سمت چپ $M - M_1$ قید h_j باید کوچکتر یا مساوی کمیت سمت راست آنان باشد. بنابراین برای تبدیل آنها به معادلات تساوی باید متغیر نامنفی جدیدی را به سمت چپ هر یک از آنها اضافه کرد. بدین ترتیب صورت اصلاح شده مجموعه قیود مساله به صورت زیر بدست میآید:

$$\sum b_{ji}\ x_i - x_{n+j} = C_j \qquad j = 1,.....m_1$$

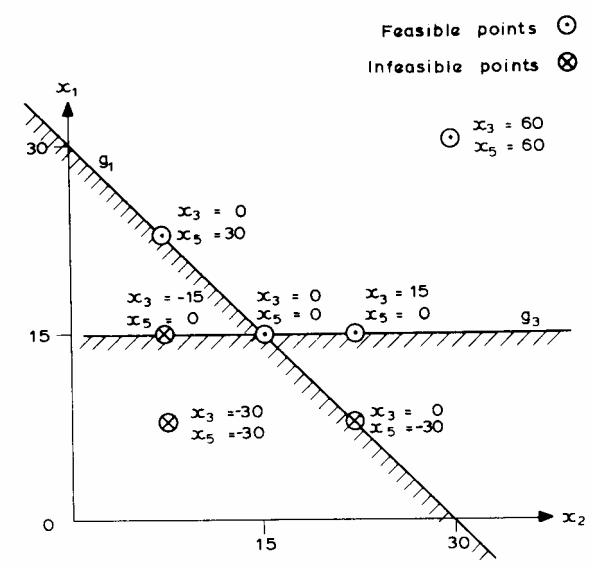
$$\sum b_{ji}\ x_i + x_{n+j} = C_j \qquad j = m_1 + 1,.....m$$

صورت اصلاح شده مجموعه قیود مثال شرح داده شده در بخش قبل اکنون به صورت زیر نوشته میشود:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 = 60$$
$$2x_1 + 4x_2 - x_4 = 80$$
$$4x_1 \quad - x_5 = 60$$
$$4x_2 - x_6 = 20$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_7 = 120$$
$$x_i \geq 0 \quad i = 1,7$$

مجموعه متغیرهای جدید کسر شده یا اضافه شده به مجموعه قیود معمولا بنام "متغیرهای کمبود"خوانده میشوند; زیرا که آنها در واقع نمایشگر میزان کمبود قید مورد نظر از حالت تساوی اند. استفاده از متغییرهای کمبود علیرغم افزایش تعداد متغییرهای مسئله (در اینجا از ۲ به ۷) مزایایی دارد که مهمترین آنها تشخیص آسان شدنی بودن یا نشدنی بودن هر نقطه فرضی است. اگر بازای نقطه فرضی همه متغییرهای کمبود نا منفی باشند در این صورت نقطه مورد نظر شدنی است و در غیر این صورت نشدنی. علاوه بر این مقدار مطلق متغییر کمبود نشانگر فاصله نقطه مورد نظر از مرز قیدی مربوط است. بدین ترتیب صفر بودن متغییر کمبود نشانگر آنست که نقطه مورد نظر بر روی مرز قیدی قرار دارد. در چنین شرایطی قید مورد نظر **فعال (Active)** و در غیر این صورت **غیر فعال (Non-Active)** است. بدین ترتیب مشاهده میشود که منظور کردن متغیرهای کمبود به رغم افزایش تعداد متغیرهای مساله و در نتیجه افزایش پیچیدگی جبری آن، فرآیند حل مساله را از طریق تضمین شدنی بودن نقاط جواب ساده تر میکند. همانگونه که دیدیم، قیود g_j و h_j اکنون به صورت تساوی نوشته شدهاند. همه قیود مربوط به مثال عملیات خاکی فصل دوم از ابتدا به صورت تساوی بودند; و همین موضوع باعث بروز تردید در مورد اینکه آیا چنین مساله ای را میتوان به صورت عمومی نشان داد. اکنون این نگرانیها با توجه به این واقعیت که روش سیمپلکس همه قیود نامساوی یک مساله برنامه ریزی خطی را ابتدا به صورت تساوی تبدیل میکند – رفع میشوند. بدین ترتیب میتوان دریافت که حل مساله عملیات خاکی مستلزم اضافه کردن یا کم کردن متغیرهای کمبود به قیود نخواهد بود.



گام دوم :

در این مرحله از هر یک از قیود تساوی متغیری متفاوت از متغیر سایر قیود انتخاب و سپس به صورت تابعی خطی از سایر متغیرها نمایش داده می‌شود. برای سادگی عملیات، معمولاً از متغیر کمبود بدین منظور استفاده می‌شود. بدین ترتیب مجموعه قیود مسئله عمومی اکنون به صورت زیر نوشته می‌شود:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$x_{n+j} = \sum b_{ji}\, x_i - C_j \qquad j = 1,.....m_1$$
$$x_{n+j} = -\sum b_{ji}\, x_i + C_j \qquad j = m_1 + 1,.....m$$

مجموعه معادلات جدید در مورد مثال عددی شرح داده شده در بخش قبل به صورت ساده زیر نوشته میشود:

$$x_3 = -60 + 2x_1 + 2x_2$$
$$x_4 = -80 + 2x_1 + 4x_2$$
$$x_5 = -60 + 4x_1$$
$$x_6 = -20 + 4x_2$$
$$x_7 = 120 - 3x_1 - 2x_2$$
$$x_i \geq 0 \quad i = 1,7$$

این عملیات به صورت خودکار متغیرهای مساله مورد نظر را به دو دسته متفاوت تقسیم میکند: متغیرهایی که تنها در سمت راست قیود و متغیرهایی که تنها در سمت چپ قیود ظاهر میشوند. بدیهی است که مقدار متغیرهای سمت چپ در واقع تابعی از مقادیر متغیرهای سمت راست معادلات اند; به همین دلیل متغیرهای سمت راست اغلب بنام "متغیرهای تصمیم" یا "متغیرهای مستقل" (x_1 و x_2) خوانده میشوند. زیرا که مقادیر آنها را میتوان به صورتی مستقل و آزادانه انتخاب کرد. متغیرهای سمت چپ معادلات نیز بطور معمول "متغیرهای حالت" یا "متغیرهای وابسته" نامیده میشوند. زیرا که مقادیر آنها در واقع تابعی از مقادیر انتخاب شده برای متغیرهای سمت راست معادلات است. در این مرحله از روش سیمپلکس تابع هدف f را معرفی میکنیم. در روش سیمپلکس باید تابع هدف f را در قالب مساله ای از نوع کمینه سازی تعریف کرد. برای حل مسائل بیشینه سازی باید همه ضرایب تابع هدف f را در عدد ۱- ضرب کرد. علاوه بر این تابع هدف باید به صورت تابعی از متغیرهای تصمیم (متغیرهای سمت راست) تعریف شود. در این مرحله صورت جدولی مساله PL تشکیل میشود که در آن اسامی متغیرهای تصمیم در بالای جدول، اسامی متغیرهای حالت به همراه تابع هدف f در سمت چپ جدول و سرانجام ماتریسهای ضرایب در داخل جدول نوشته میشوند.

		x_1	x_2	
x_3	-60	2	2	
x_4	-80	2	4	
x_5	-60	4		
x_6	-20		4	
x_7	120	-3	-2	
f		6	4	

جدول ۱ سیمپلکس

گام سوم :

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

با تشکیل جدول سیمپلکس، کار مرحله آماده سازی تقریبا پایان میابد. برای شروع روش سیمپلکس باید یک نقطه شدنی فرضی را برای مساله مورد نظر در دست داشته باشیم. در مورد مثال عددی مورد نظر میتوان هر نقطه فرضی در داخل ناحیه شدنی نشان داده شده در شکل (۸) را به منزله "نقطه شدنی آغازین" (مثلا نقطه ۱۲,۵ و ۳۰) انتخاب کرد. مقادیر انتخاب شده برای متغیرهای تصمیم، (یعنی x_1= ۳۰ و x_2 = ۱۲,۵) در پایین جدول سیمپلکس و زیر نام متغیر مربوطه نوشته میشود. با استفاده از این مقادیر میتوان مقادیر عددی همه متغیرهای حالت x_1، . . .، x_7 و مقدار تابع هدف f را از طریق عملیات جبری بدست آورد. مقادیر محاسبه شده برای متغیرهای x_3 و ... x_7 و تابع هدف f اکنون در سمت راست جدول و در سطر مربوط به هر یک از این متغیرها نوشته میشود. در این مرحله میتوان شدنی بودن نقطه آغازین (۱۲,۵ و ۳۰)را به سادگی با حصول اطمینان از نامنفی بودن مقادیر متغیرهای تصمیم و همچنین نامنفی بودن متغیرهای حالت وارسی کرد. بر این اساس مقادیر همه متغیرهای مساله که اکنون در سمت چپ و پایین جدول نوشته شده اند – باید نامنفی باشد. یافتن نقطه شدنی آغازین این مساله ساده بود، ولی در برخی موارد – بخصوص در مورد مسائل با ابعاد بزرگتر – یافتن نقطه شدنی آغازین برای شروع روش سیمپلکس ممکن است کار بسیار دشواری باشد. به همین دلیل یکی از روشهای یافتن نقطه شدنی آغازین را در بخش های بعدی مورد بررسی قرار خواهیم داد. بر این اساس میتوان فرض کرد که چنین نقطه ای معلوم و در دسترس است.

		x_1	x_2	
x_3	-60	2	2	25
x_4	-80	2	4	30
x_5	-60	4		60
x_6	-20		4	30
x_7	120	-3	-2	5
f		6	4	230
		30	**12.5**	

جدول ۲ سیمپلکس

گام چهارم :

اساس روش سیمپلکس بر کاهش مقدار تابع f در ضمن نامنفی نگهداشتن مقادیر همه متغیرهای تصمیم و حالت استوار است. بدیهی است که مقدار تابع هدف را تنها میتوان با تغییر مقدار یک یا چند متغیر از مجموعه متغیرهای تصمیم (در اینجا x_1 و x_2) تغییر داد. تغییر ایجاد شده در مقدار تابع هدف f در اثر تغییر مقادیر متغیرهای تصمی را میتوان به سادگی و با توجه به مقادیر ضرایب a_i تعیین کرد. اگر مقدار متغیر x_i به اندازه d تغییر کند، در این صورت مقدار تابع f به اندازه $d*x_i$ تغییر خواهد کرد. روش سیمپلکس هر بار تنها مقدار یکی از متغیرهای تصمیم را برای کاهش مقدار تابع هدف تغییر میدهد. سؤالی که در این جا مطرح میشود این است که کدامیک از متغیرها را باید بدین منظور انتخاب کرد . از آنجا که بنابر کمینه کردن تابع f است، انتخاب متغیری که دارای ضریبی منفی در تابع هدف است منطقی تر به نظر میرسد. در این صورت اگر متغیر مورد نظر به اندازه d افزایش داده شود، مقدار تابع هدف به اندازه $d*x_i$ کاهش میابد. زیرا که a عددی منفی است. اگر ضریب چندین متغیر در تابع هدف f منفی باشد، بهتر است متغیر دارای بزرگترین ضریب را انتخاب کنیم; زیرا که در این صورت تابع f بیشترین کاهش را به ازای افزایش واحد در مقدار متغیر مورد نظر خواهد داشت. با توجه به جدول مربوط به مثال عددی مورد نظر میتوان مشاهده کرد که هیچیک از ضرایب تابع هدف، یعنی ۶=a_1 و ۴=a_2 ، منفی نیستند. بنابراین

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

نمیتوان مقدار هیچیک از متغیرهای x_1 و x_2 را از مقادیر کنونی آنها (یعنی ۳۰ و ۱۲,۵) افزایش داد. زیرا که چنین افزایشی تنها به افزایش مقدار تابع هدف f از مقدار کنونی آن (یعنی ۲۳۰) منجر میشود. وقتی همه ضرایب a_i مثبت هستند، در این صورت مقدار تابع f را تنها میتوان از طریق کاهش مقدار متغیرهای تصمیم کاهش داد. بدیهی است در صورتی که همه متغیرهای x_i دارای مقداری برابر صفر باشند، نمیتوان مقدار هیچیک از آنها را به دلیل تخلف از شرط نامنفی بودن کاهش داد. در چنین شرایطی فرآیند حل مساله مورد نظر خاتمه یافته و جواب حاصل به منزله جواب نهایی مساله PL منظور خواهد شد. اگر متغیر تصمیمی ،با فرض مثبت بودن همه ضرایب a_i غیرصفر باشد، در این صورت مقدار تابع هدف f را میتوان با کاهش مقدار این متغیر تصمیم کاهش داد. در این جا هم بهتر است متغیر دارای بزرگترین ضریب را انتخاب کرد; زیرا که چنین انتخابی به بیشترین کاهش در مقدار تابع f منجر میشود. در این مورد هر دو ضریب a_1 و a_2 از جدول (۲) و همچنین هر دو متغیر تصمیم مربوط دارای مقادیری مثبت هستند. بنابراین هر یک از دو متغیر x_1 و x_2 را میتوان بدین منظور انتخاب کرد. در این مورد انتخاب متغیر x_1 منطقیتر است; زیرا که کاهش واحد در مقدار متغیر x_1 باعث کاهش مقدار f به اندازه ۶ واحد خواهد شد; در حالی که کاهشی همانند در مقدار متغیر x_2 تابع f را به اندازه ۴ واحد کاهش خواهد داد. بر این اساس متغیر x_1 را به منزله متغیری که باید مقدار آن را کاهش داد انتخاب میکنیم.

سؤالی که اکنون مطرح میشود این است که مقدار x_1 را به چه میزان باید کاهش داد. شرط نامنفی بودن متغیرها حد پایین x_1=۰ را بر مقدار متغیر x_1 تحمیل میکند، که در نتیجه آن حداکثر کاهش ممکن در مقدار متغیر x_1 برابر ۳۰ خواهد بود. از طرف دیگر کاهش x_1 مقدار متغیرهای حالت x_3، . . . ، x_7 را نیز علاوه بر مقدار تابع هدف f تغییر خواهد داد. کاهش مقدار x_1 به کاهش مقدار متغیرهای حالتی که ضریب x_1 شان مثبت است (یعنی متغیرهای x_3، x_4، x_5) منجر میشود. بدین ترتیب شرط نامنفی بودن این متغیرها محدودیت دیگری را بر روی میزان کاهش مقدار متغیر x_1 تحمیل خواهد کرد. مثلا در مورد $X_۳$ با توجه به مقدار جاری $X_۳$= ۲۵ و ضریب ۲ برای $X_۱$ در رابطه قیدی

$$X_۳ = ۲X_۱ + ۲X_۲ - ۶۰$$

مقدار کاهش مجاز در$X_۱$ از منظر این قید برابر است با:

$\Delta X_۱ = ۲۵/۲ = ۱۲/۵$

از منظر $X_۴$ $\Delta X_۱ = ۳۰/۲ = ۱۵$

از منظر $X_۵$ $\Delta X_۱ = ۶۰/۴ = ۱۵$

معادله مربوط به متغیر x_6 در بردارنده متغیر x_1 نیست; و لذا تغییرات مقدار x_1 هیچگونه تاثیری در مقدار متغیر x_6 نخواهد داشت. ضریب متغیر x_1 در معادله مربوط به متغیر x_7 منفی است، در نتیجه کاهش متغیر x_1 باعث افزایش متغیر x_7 میشود; و لذا امکان منفی شدن متغیر x_7 منتفی خواهد بود. بدین ترتیب میتوان نتیجه گرفت که حداکثر کاهش مجاز در مقدار متغیر x۱ برابر حداقل مقادیر بالا یعنی $\Delta X_۱$ =۱۲/۵است. بدین ترتیب مقادیر جدید متغیرهای تصمیم $X_۲$ =۱۲/۵ و $X_۱$=۱۷/۵ خواهد شد. . با محاسبه مقدار جدید متغیرهای کمبود و تابع هدف داریم:

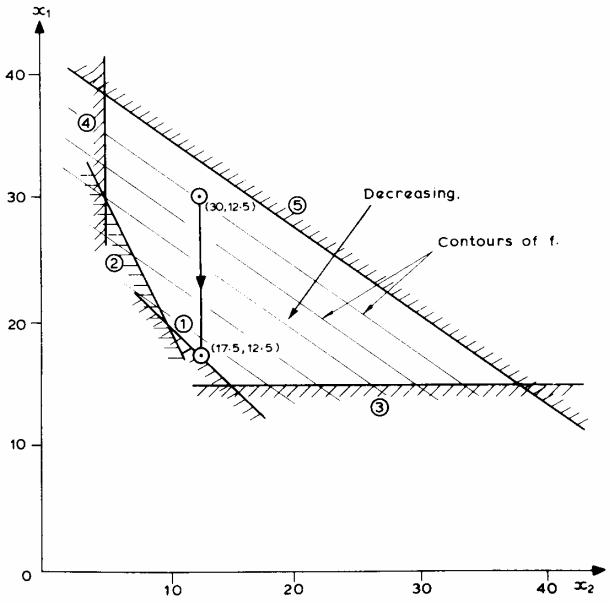
		x_1	x_2	
x_3	-60	2	2	0
x_4	-80	2	4	5
x_5	-60	4		10

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

x_6	-20		4	30
x_7	120	-3	-2	42.5
f		6	4	155
		30	12.5	
		17.5	12.5	

جدول ۳ سیمپلکس

در این جا نیز مقادیر همه متغیرهای حالت x_3، . . . ،x_7و همچنین مقدار تابع f در نقطه جدید محاسبه و در ستون جدیدی در سمت راست جدول نوشته شده است. همانگونه که میبینیم، مقدار تابع f به میزان قابل ملاحظه ای تا مقدار ۱۵۵ کاهش یافته و در عین حال تمامی متغیرها نامنفی باقی مانده اند. مقدار x_3 یعنی مقدار متغیر کمبود مربوط به قید g_1 اکنون برابر صفر است. صفر شدن متغیر x_3 بدین معنی است که نقطه جدید (۱۲,۵ و ۱۷,۵) قید g_1 را به صورت تساوی تامین میکند. شکل زیر تفسیر نموداری تغییرات عددی صورت گرفته در این مرحله را نشان میدهد. کاهش مقدار x_1 با شروع از نقطه آغازین (۱۲,۵ و ۳۰) در داخل ناحیه شدنی، به معنی حرکت به موازات محور x_1در جهت کاهش مقدار تابع f تا رسیدن به نقطه (۱۲,۵ و ۱۷,۵) بر روی مرز قیدی g_1 است.



شکل ۹ – نمایش گرافیکی اولین عملیات سیمپلکس

پس از تغییر مقدار متغیر x_1 و با بررسی جدول میتوان تشخیص داد که مقدار تابع هدف f را میتوان این بار با تغییر مقدار متغیر تصمیم x_2 کاهش داد. برای کاهش مقدار تابع هدف f باید مقدار متغیر x_2 را کاهش داد. ولی کاهش مقدار متغیر x_2 باعث منفی شدن متغیر x_3 خواهد شد; و لذا امکان کاهش متغیر x_2 نیز وجود نخواهد داشت. بدین ترتیب مشاهده میکنیم که وجود متغیر x_3 با مقداری برابر صفر در میان متغیرهای حالت; باعث توقف محاسبات شده است. در چنین حالتی روش سیمپلکس متغیر x_3 را از مجموعه متغیرهای حالت خارج و آن را با متغیر دیگری از مجموعه متغیرهای تصمیم که دارای مقداری مثبت، است جایگزین میکنند. این عملیات بنام "پیوتینگ"خوانده میشود.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

گام پنجم : جابجایی متغیرهای تصمیم و حالت **(Pivoting)**

وقتی مقدار متغیر حالتی برابر صفر میشود، باید آن را از مجموعه متغیرهای حالت خارج و آن را با متغیر دیگری از مجموعه متغیرهای تصمیم – که دارای مقداری مثبت است – جایگزین کرد. در روش سیمپلکس بطور معمول از متغیر تصمیمی – که تغییر مقدار آن در تکرار قبلی سیمپلکس باعث صفر شدن متغیر حالت مورد نظر شد – برای جایگزینی استفاده میشود. به همین دلیل ضریب ۲ در جدول (۳) نشانگذاری شده است. زیرا که این ضریب نمایشگر همان ضریب کلیدیی است که متغیر X_1 از طریق آن باعث صفر شدن متغیر حالت X_3 شد. بدین ترتیب متغیرهای X_3 و X_1 باید جای خود را به در مجموعه متغیرهای حالت و تصمیم عوض کنند. عملیات مربوط به فرآیند پیوتینگ را میتوان بطور مستقیم بر روی جدول مساله عمومی تعریف شده، نمایش داد; ولی به دلیل پیچیدگی عملیات جبری آن و برای درک به تر عملیات مربوطه در اینجا از مثال عددی برای تشریح فرآیند پیوتینگ استفاده میکنیم. با مراجعه به جدول (۳) فرآیند پیوتینگ مستلزم تعویض جای متغیرهای X_1 و X_3 است. رابطه این دو متغیر با استفاده از سطر اول جدول به صورت زیر نوشته میشود:

$$x_3 = -60 + 2x_1 + 2x_2$$

با عملیات جبری ساده ای میتوان X_1 را به منزله متغیری وابسته به سمت چپ معادله و X_3 را به منزله متغیر تصمیم جدید به سمت راست معادله انتقال داد. در نتیجه:

$$x_1 = 30 + \frac{1}{2}x_3 - x_2$$

اکنون میتوان جدول سیمپلکس جدیدی، جدول (۴)، را که در آن جای متغیرهای X_1 و X_3 تعویض شده و رابطه بالا در آن به منزله سطر مربوط به متغیر حالت X_1 وارد شده است، تشکیل داد. از آنجا که متغیر X_1 دیگر یک متغیر تصمیم نیست، باید روابط مربوط به متغیرهای حالت X_1، ..... X_7 را نیز تغییر داد. برای این جابجایی کافیست با جایگزینی رابطه جدید X_1 (برحسب X_3 و X_2) در سایر قیود و تابع هدف روابط مورد نظر را بر حسب متغیرهای تصمیم جدید X_3 و X_2 بدست آوریم :

$$x_4 = -20 + x_3 + 2x_2$$
$$x_5 = 60 + 2x_3 - 4x_2$$
$$x_6 = -20 + 4x_2$$
$$x_7 = 30 - \frac{3}{2}x_3 + x_2$$
$$f = 180 + 3x_3 - 2x_2$$

با تشکیل جدول جدید سیمپلکس داریم:

		x_3	x_2	
x_1	30	$\frac{1}{2}$	-1	17.5
x_4	-20	1	2	5
x_5	60	2	-4	10
x_6	-20	0	4	30
x_7	30	$-\frac{3}{2}$	1	42.5

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

f	180	3	-2	155
		0	12.5	

جدول ۴ سیمپلکس

اکنون مقادیر جاری متغیرهای تصمیم جدید، x_3=۰ و x_2= ۱۲,۵، را در قسمت پایین جدول وارد و سپس با استفاده از آنها مقادیر همه متغیرهای حالت x_1، ..... x_7 و همچنین مقدار تابع f را محاسبه و در ستون سمت راست جدول وارد میکنیم. بدیهی است مقدار همه متغیرها و همچنین مقدار تابع f باید برابر همان مقادیر جدول قبلی باشد. این واقعیتی است آشکار که امکان وارسی صحت عملیات جبری مربوط به فرآیند پیوتینگ را نیز فراهم میکند. جدول جدید اکنون کامل شده است و لذا میتوان از آن برای انجام عملیات مربوط به تکرار دوم سیمپلکس به صورتی دقیق همانند جدول (۲) استفاده کرد. انجام دستی عملیات جبری فرآیند پیوتینگ خسته کننده و لذا امکان بروز خطاهای جبری در آن بسیار زیاد است. اگرچه عملیات فرآیند پیوتینگ در این جا به صورت عملیاتی از نوع عددی آن نمایش داده شد، ولی این عملیات را میتوان از زیربرنامه های ساده کامپیوتری با سرعت و دقت بسیار بالاتری انجام داد. اکنون میتوان حل مثال ارائه شده را به پایان برد. بدین منظور باید عملیات مربوط به تکرار سیمپلکس و پیوتینگ به روشی همانند آنچه در قبل شرح داده شد، ادامه داد، که ما در اینجا بطور خلاصه آن را تشریح میکنیم.

بدین منظور ابتدا جدول جدید را برای یافتن ضرایب منفی، a، رابطه تابع هدف وارسی میکنیم; زیرا که افزایش مقدار متغیر تصمیم مربوط به چنین ضرایبی باعث کاهش مقدار تابع f خواهد شد. در واقع چنین ضریبی، ضریب ۲- مربوط به متغیر تصمیم x_2، در جدول وجود دارد. بنابراین x_2 را به منزله متغیر تصمیمی که مقدار آن بایستی افزایش یابد انتخاب میکنیم. در حالی که مقدار متغیر x_3 کماکان برابر صفر باقی خواهد ماند. همانگونه که از قبل اشاره کردیم، میزان افزایش مقدار متغیر x_2 از طریق شرط نامنفی بودن متغیرهای حالت محدود میشود. به سادگی میتوان مشاهده کرد که افزایش متغیر x_2 تنها به کاهش متغیرهای x_1 و x_5، به دلیل داشتن ضرایب منفی (۱- و ۴-)، منجر میشود در حالیکه متغیرهای x_4 ، x_6 ، x_7 محدودیتی برای افزایش x_2 ایجاد نمی کنند. افزایش مجاز در مقدار متغیر x_2 از طریق متغیر x_5 محدود میشود. زیرا چرا که ۲,۵ واحد افزایش در مقدار x_1 به صفر شدن مقدار متغیر x_5 میانجامد. بنابراین مقدار جدید متغیر x_2 با ۲,۵ واحد افزایش برابر ۱۵ خواهد شد. جدول (۵) نمایشگر جدول دوم سیمپلکس است که در آن مقادیر متغیرهای حالت و تابع هدف f بازای نقطه جدید۰ = x_3، ۱۵= x_2 محاسبه و نشان داده شده اند.

این جدول در واقع نمایشگر جواب نهایی است. مقادیر ۱۵=x1، ۱۵=x_2 و f=۱۵۰ همان جواب نهایی مساله است، که در قبل از طریق تحلیل نموداری (شکل ۸) بدست آمده بود. دو متغیر کمبود x_3 و x_5 دارای مقادیری برابر صفرند. x_3 و x_5 در واقع نمایشگر متغیرهای کمبود مربوط به قیود g_1 و g_3 هستند; و لذا این دو قید اکنون به صورت تساوی تامین میشوند. بنابراین نقطه جواب در واقع همان راس X از شکل (۸) است.

		x_3	x_2		
x_1	30	$\frac{1}{2}$	-1	17.5	15
x_4	-20	1	2	5	10
x_5	60	2	-4	10	0
x_6	-20		4	30	40
x_7	30	$-\frac{3}{2}$	1	42.5	45
f	180	3	-2	155	150

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

0 12.5
0 15

جدول ۵ سیمپلکس

در این مثال امکان تشخیص پایان عملیات روش سیمپلکس و رسیدن به جواب نهایی به دلیل معلوم بودن جواب مورد نظر فراهم بود، ولی در جدول (۵) هیچگونه نشانی مبنی بر پایان یافتن عملیات سیمپلکس نمیتوان یافت. در واقع روش سیمپلکس هنوز به پایان نرسیده است، و لذا باید عملیات مربوطه را تا از بین رفتن امکان محاسبات بیشتر ادامه داد. متغیر تصمیم x_2 باعث صفر شدن مقدار متغیر حالت x_5 شده است، بنابراین باید متغیر x_5 را از مجموعه متغیرهای حالت خارج و آن را با متغیر x_2 جایگزین کرد. بدین ترتیب باید فرآیند پیوتینگ دیگری را برای تعویض جای متغیرهای x_5 و x_2 بکار گرفت. با استفاده از جدول (۵) داریم:

$$x_5 = 60 + 2x_3 - 4x_2$$
$$x_2 = 15 + 0.5x_3 - 0.25x_5$$

این رابطه در سطر سوم جدول جدید سیمپلکس، جدول (۶)، وارد میشود. این رابطه را باید در همه معادلات مربوط به متغیرهای حالت x_1، x_4، x_6، x_7 و همچنین معادله تابع هدف f جایگذاری کرد. جدول مورد نظر را اکنون میتوان با درج مقادیر متغیرهای تصمیم x_3=۰ و x_5=۰ در محل مناسب و محاسبه مقدار متغیرهای حالت و تابع هدف و درج آنها تکمیل کرد.

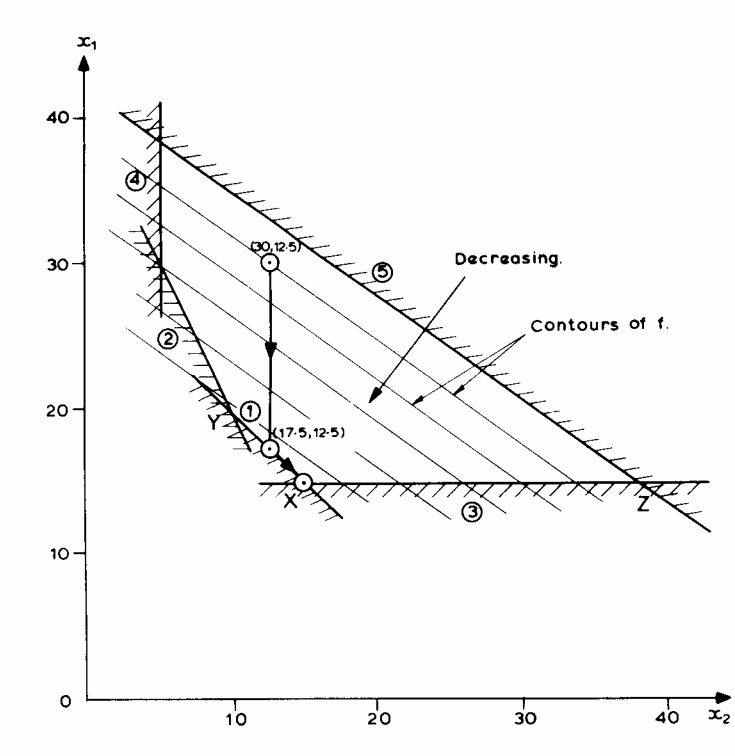
		x_3	x_5	
x_1	15		$\frac{1}{4}$	15
x_4	10	2	$-\frac{1}{2}$	10
x_2	15	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	15
x_6	40	2	-1	40
x_7	45	-1	$-\frac{1}{4}$	45
f	150	2	$\frac{1}{2}$	150

0 0

جدول ۶ سیمپلکس

اکنون میتوان از جدول سوم سیمپلکس برای شروع تکرار بعدی سیمپلکس استفاده کرد. ولی در این مرحله میتوان به سادگی مشاهده کرد که دیگر امکان ادامه محاسبات وجود ندارد. بررسی ضرایب، a، تابع هدف f نشان میدهد که هیچیک از این ضرایب منفی نیستند. بنابراین تابع هدف f را نمیتوان از طریق افزایش مقدار متغیرهای x_3 یا x_5کاهش داد. از طرف دیگر متغیرهای x_3 و x_5 دارای مقادیری برابر صفرند; و لذا نمیتوان هیچیک از آنها را کاهش داد. از آنجا که مقدار هیچیک از متغیرهای تصمیم را نمیتوان افزایش یا کاهش داد، باید به جواب نهایی مساله رسیده باشیم. در این مرحله روش سیمپلکس خاتمه مییابد. جواب نهایی مساله را میتوان از جدول (۳-۶) به صورت x_1=15 , x_2=15, f=150 بدست آورد. شکل زیر مسیر طی شده از نقطه شدنی آغازین (۱۲,۵ و ۳۰) تا جواب نهایی (۱۵ و ۱۵) را به صورت نموداری نشان میدهد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific



– مسیر دنبال شده بوسیله روش حل سیمپلکس

آزمایش حساسیت: (Sensitivity Analysis)

حل یک مسأله از طریق برنامه ریزی خطی مستلزم معلوم بودن مقادیر a_i، c_j، b_{ji} است. از طرفی تعیین دقیق هر یک از مقادیر فوق عملی وقتگیر و هزینه بر است. پس باید برای تعریف مسأله برنامه ریزی خطی در عمل به تخمینهایی در مورد این مقادیر بسنده کنیم. البته بدیهی است هر نوع خطا در تخمین زدن در جوابهای نهایی خطا ایجاد می کند و لازم است بدانیم هر اندازه خطا در تخمین اولیه چند درصد خطا در جواب نهایی ایجاد می کند به همین دلیل آزمایش حساسیت انجام می دهیم تا مقدار حساسیت جواب نهایی را نسبت به a_i، c_j، b_{ji} تعیین کنیم. پس از حل مسأله اگر به عنوان مثال معلوم شود که جواب مسئله نسبت به برخی از این ضرایب حساس است باید مقدار دقیق این ضرایب را بار دیگر و البته این بار به صورت دقیق محاسبه و مسأله مجدداً حل گردد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

در اینجا تغییرات a_i و c_j را مورد بررسی قرار می دهیم و از بررسی b_{ji} به علت پیچیدگی صرفنظر می نماییم.

۱ـ تغییرات ضرایب تابع هدف a_i:

محدوده تغییرات مجاز ضرایب $a_1=6$ و $a_2=4$ بدون تغییر جواب بهینه $(X_1=X_2=15)$ چه اندازه است.

تغییر ضرایب تابع هدف سبب تغییر شیب خطوط تراز تابع هدف می شود. در این مثال مطابق شکل تغییر شیب تا جایی که آخرین خط تراز از X بگذرد و باعث تغییر نقطه بهینه نشود مجاز است. عبور از این حد مجاز تغییرات سبب انتقال جواب بهینه به رئوس مجاور خواهد شد. برای تعیین محدوده تغییرات مجاز ضرایب اگر تابع هدف صورت $f=a_1x_1+a_2x_2$ نوشته شود صورت پارامتری آخرین جدول سمیلکپس بصورت زیر در می آید

$$Min\ \ f = a_1x_1 + a_2x_2 = a_1(15 + {x_5}/{4}) + a_2(15 + {x_3}/{2} - {x_5}/{4})$$

$$Min\ \ f = 15a_1x + 15a_2 + {1}/{2}a_2x_3 + {1}/{4}(a_1 - a_2)x_5$$

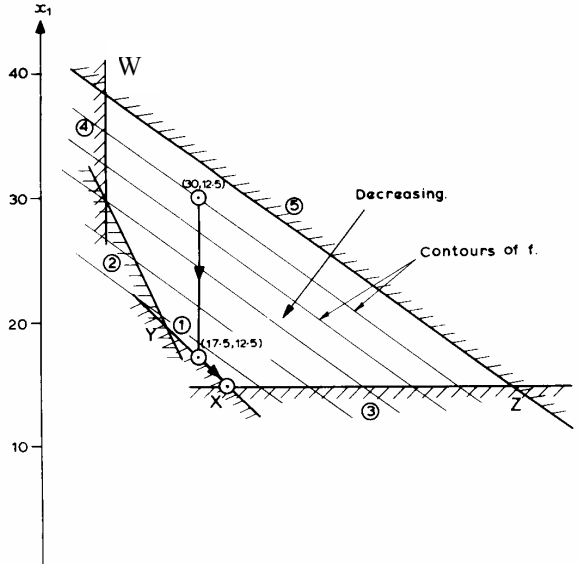
		x_5	x_3	
.....	.....	.....	.....	.....
f	$15\ (a_1 + a_2)$	$\frac{1}{4}(a_1 - a_2)$	$\frac{1}{2}a_2$	$15\ (a_1 + a_2)$
		0	0	

عدم تغییر جواب مستلزم آن است که جدول بالا آخرین جدول Simplex باشد پس ضرایب X_2 و X_3 باید نامنفی باشند.

$$\frac{1}{2}a_2 \geq 0 \rightarrow a_2 \geq 0$$

$$\frac{1}{4}(a_1 - a_2) \geq 0 \rightarrow a_1 \geq a_2 \qquad a_1 > a_2 > 0$$

بنابراین اگر در مسئله ای a_1 و a_2 به گونه ای تغییر کنند که دو شرط فوق تامین شود جواب بهینه مسئله جدید مانند مسئله اولیه است. در غیر این صورت جواب مسئله به نقطه ای چون Z یا Y و یا حتی نقطه W منتقل خواهد شد. در این حالت جدول بالا بدلیل نشدنی بودن آن نمودار آخرین جدول سیمپلکس نبوده و بایستی تکرار یا تکرارهای دیگری را برای رسیدن به جواب نهایی انجام داد.



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

تمرین:

۱- شرط انتقال جواب به نقطه Z و Y را پیدا کنید.

۲- در اولین تکرار سیمپلکس نقطه جواب از داخل محدوده شدنی به نقطه ای بر روی مرز محدوده شدنی منتقل میشود. در تکرار دوم جواب ب یکی از رئوس قیدی منتقل میشود. پس از آن هر تکرار سیمپلکس جدید عهده دار انتقال جواب از هر رآس قیدی به رآس قیدی مجاور است. مسئله بالا را با فرض مقدار جدید $a_2 = -4$ حل کنید و مسیر طی شده در فرآیند سیمپلکس را بیابید. سیمپلکس چه مسیری را برای رسیدن به جواب نهایی انتخاب کرده است.

۲ـ تغییرات سمت راست قیود Cj

تغییر سمت راست قیود سبب جابجایی مرزهای ناحیه شدنی به موازات خود می شود. برای قیود (≥) افزایش Cj سبب حرکت مرز به سمت داخل ناحیه شدنی می شود و کاهش Cj سبب حرکت مرز به سمت خارج ناحیه شدنی می شود. به همین ترتیب در مورد قیود (≤) افزایش Cj سبب حرکت مرز قیدی به سمت خارج و کاهش آن مرز سبب حرکت مرز به سمت داخل می شود. همانکونه که قبلاً اشاره شد قیود مسائل برنامه ریزی خطی در هر محله از فرآیند سیمپلکس به دو دسته قیود فعال و قیود غیر فعال تقسیم می شوند. در مثال قبل قیود اول و سوم از نوع فعال و قیود دوم و چهارم و پنجم از نوع غیر فعال هستند چرا که متغیرهای کمبود X_3 و X_5 که متناظر با قیود ۱ و ۳ هستند در مرحله آخر سیمپلکس صفر شده اند. آزمایش حساسیت برای قیود فعال و غیر فعال از اهمیت متفاوتی برخوردار بوده و لذا بطور جداگانه مورد بررسی قرار میگیرد.

قیود غیرفعال:

تغییر مختصر در مقادیر سمت راست قیود غیر فعال (در اینجا c_2, c_4, c_5) تغییری در جواب بهینه ایجاد نخواهد کرد. ولی تغییر زیاد در این مقادیر ممکن است به تغییر جواب بهینه منجر گردد. اگر c_j به اندازه δ تغییر کند در این صورت

$$c_j \to c'_j \quad (\delta = c'_j - c_j) \qquad \begin{cases} \geq & s_j \to s_j - \delta \\ \leq & s_j \to s_j + \delta \end{cases}$$

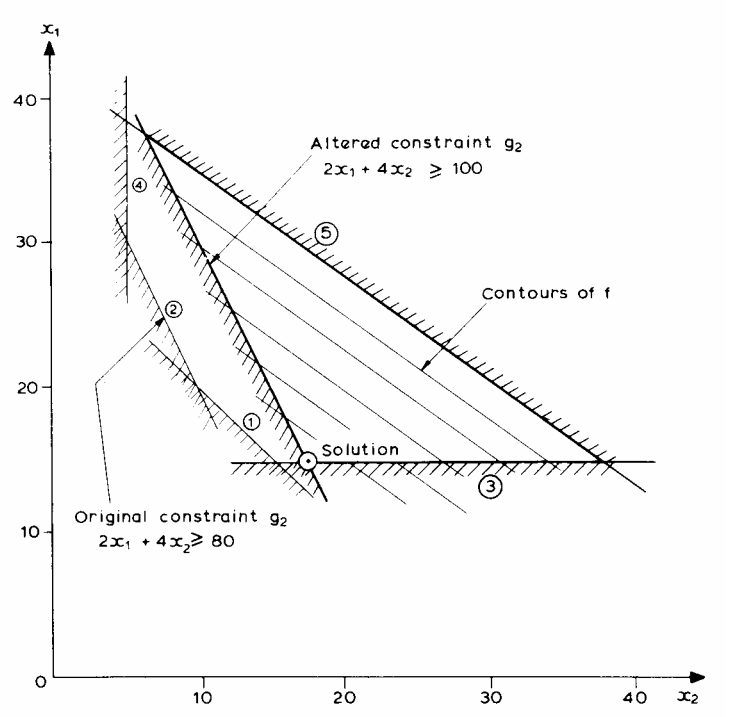
$$\begin{cases} \geq & s_j - \delta \geq 0 \Rightarrow \delta \leq s_j \Rightarrow c'_j \leq s_j + c_j \\ \leq & s_j + \delta \geq 0 \Rightarrow \delta \geq s_j \Rightarrow c'_j \geq c_j + s_j \end{cases}$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

بدین ترتیب اگر روابط بالا تآمین شود جواب بهینه تغییری نمی‌کند در غیر این صورت باید تغییرات را درآخرین جدول سیمپلکس اعمال و سپس مسئله را برای یافتن جواب جدید حل کنیم.

برای مثال فرض کنید مقدار c_2 از ۸۰ به ۱۰۰ تغییر پیدا کند (δ=100-80=20) در این صورت مقدار متغیر کمبود مربوطه x_4 از ۱۰+ به δ=-10 -10 تغییر پیدا میکند. با اعمال این تغییرات در جدول سیمپلکس داریم. این جدول و در نتیجه جوابهای آن نشدنی است و لذا باید جدول را برای دستیابی به جوابی شدنی اصلاح کرد.

		x_3	x_5		
x_1	15		$1/4$	15	15
x_4	10	2	$-1/2$	-10	0
x_2	15	$\frac{1}{2}$	$-1/4$	15	17.5
x_6	40	2	-1	40	50
x_7	45	-1	$-1/4$	45	40
f	150	2	$1/2$	150	160
		0	0		
		0	5		



آزمایش حساسیت روی قیود فعال:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

از آنجا که جابجایی مرزهای قیدی فعال به هر مقدار منجر به تغییر جواب بهینه می‌شود لذا تغییر مقادیر سمت راست قیود فعال در هر صورت به تغییر جواب منجر خواهد شد

برای مثال فرض کنید که مقدار c_1 از 60 به $60+\delta$ تغییر کند در این صورت

$$c_1:\ 60 \to 60+\delta \qquad \Rightarrow x_3 \to x_3 - \delta \qquad \Rightarrow x_3 = -\delta$$

که نمایشگری وضعیتی نشدنی است.برای یافتن جواب بهینه شدنی باید جدول را شدنی کرد.

		x_3	x_5		
x_1	15		$1/4$	15	15
x_4	10	2	$-1/2$	10	10+2δ
x_2	15	$1/2$	$-1/4$	15	$15+\frac{1}{2}\delta$
x_6	40	2	-1	40	40+2δ
x_7	45	-1	$-1/4$	45	45-δ
f	150	2	$1/2$	150	150+2δ
		-δ	0		
		0	0		

شرط شدنی بودن جدول این است که همه متغیرهای کمبود نامنفی باشند. در نتیجه باید

$$10+2\delta \geq 0$$
$$15+\frac{1}{2}\delta \geq 0$$
$$40+2\delta \geq 0$$
$$45-\delta \geq 0$$

یعنی

$$-5 \leq \delta \leq 45$$

در این صورت جواب بهینه همواره بصورت زیر خواهد بود.

$$x_1^* = 15, x_2^* = 15+\frac{1}{2}\delta \ \Rightarrow f^* = 150+25$$

در این مثال کوچکترین تغییر در C_1 و C_3 سبب تغییر جواب بهینه می شود ولی C_2 می تواند از ۸۰ به ۹۰ و C_4 از ۲۰ به ۶۰ افزایش و C_5 از ۱۲۰ به ۷۵ کاهش یابد بدون اینکه جواب بهینه تغییر کند.

بنابر این در عمل باید مراحل زیر را برای فرمولبندی و حل یک مسئله فرضی از طریق برنامه ریزی خطی انجام داد:

۱ـ برآورد اولیه مقادیر ضرایب تابع هدف و منابع

۲ـ حل مسأله LP و تعیین قیود فعال

۳ـ برآورد دقیق منابع قیود فعال

۴ـ حل مسئله با اطلاعات جدید

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۵ـ تکرار بندهای ۲ تا ۴

دوگانی در برنامه ریزی خطی (Duality) :

به هر مدل خطی LP فرضی می توان مدل خطی دیگری موسوم به مسئله دوگان نسبت داد . بدین منظور مسئله برنامه ریزی از نوع مینیمم سازی زیر را در نظر بگیرید.

$$Min\ f = \sum_{1}^{n} a_i x_i$$

$$S.T : \sum_{1}^{n} b_{ji}\ x_i \geq c_j \qquad j = 1,...m$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1,...n$$

به هر یک از قیود j مسئله اولیه، متغیر y_j موسوم به متغیر دوگان نسبت داده و مدل دوگان را بصورت زیر تعریف می کنیم.

$$Max\ f' = \sum_{1}^{m} c_j y_j$$

$$S.T : \sum_{1}^{m} b_{ij}\ y_j \geq a_i \qquad i = 1,...n$$

$$y_j \geq 0 \quad j = 1,...m$$

مثال:

$$Min\ f' = 6x_1 + 4x_2$$
$$2x_1 + 2x_2 \geq 60$$
$$2x_1 + 4x_2 \geq 80$$
$$4x_1 \geq 60$$
$$4x_2 \geq 20$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 120 \Leftrightarrow -3x_1 - 2x_2 \geq -120$$

$$Max\ f' = 60y_1 + 80y_2 + 60y_3 + 20y_4 - 120y_s$$
$$2y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 0y_4 - 3y_5 \leq 6$$
$$2y_1 + 4y_2 + 0y_3 + 4y_4 - 2y_5 \leq 4$$
$$y_j \geq 0 \quad j = 1,.....5$$

جواب مسئله دوگان :

الف) مقدار تابع هدف مسئله اولیه و دوگان در شرایط جواب بهینه با هم برابر است.

ب) ضریب متغیر کمبود j امین قید در تابع هدف مسئله اولیه نمایشگر مقدار بهینه متغیر دوگان j ام در آخرین تکرار سیمپلکس است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

ج) ضرایب متغیر تصمیم i ام در تابع هدف مسئله اولیه نمایشگر کمبود قید i ام مسئله دوگان در آخرین تکرار سیمپکس است.

برای مثال رابطه تابع هدف در آخرین تکرار سیمپکس مسئله اولیه را در نظر بگیرید.

$$f = 2x_3 + \frac{1}{2}x_5$$

با نوشتن این رابطه بصورت زیر

$$f = 0x_1 + 0x_2 + 2x_3 + 0x_4 + \frac{1}{2}x_5 + 0x_6 + 0x_7$$

و استفاده از قاعده (ب) داریم:

$$a_3 = 2 \rightarrow y_1^* = 2$$
$$a_4 = 0 \rightarrow y_2^* = 0$$
$$a_5 = 1/2 \rightarrow y_3^* = 1/2$$
$$a_6 = 0 \rightarrow y_4^* = 0$$
$$a_7 = 0 \rightarrow y_5^* = 0$$

حال با استفاده از قاعده (ج) داریم:

$$a_1 = 0 \rightarrow y_6^* = 0$$
$$a_2 = 0 \rightarrow y_7^* = 0$$

با محاسبه مقدار بهینه تابع هدف مسئله همزاد میتوان درستی قاعده (الف) را وارسی کرد.

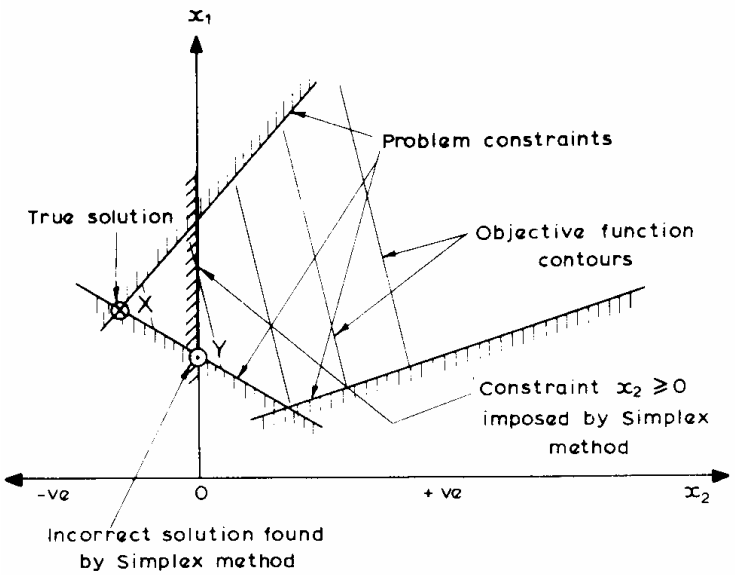
$$f' = 60y_1 + 80y_2 + 60y_3 + 20y_4 - 120y_5$$
$$f' = 60(2) + 80(0) + 60(1/2) + 20(0) - 120(0) = 150$$

مسائل LP خاص:

۱) متغیرهای تصمیم منفی

۲) متغیرهای تصمیم صحیح (گسسته) مقدار

۱) متغیرهای تصمیم منفی:

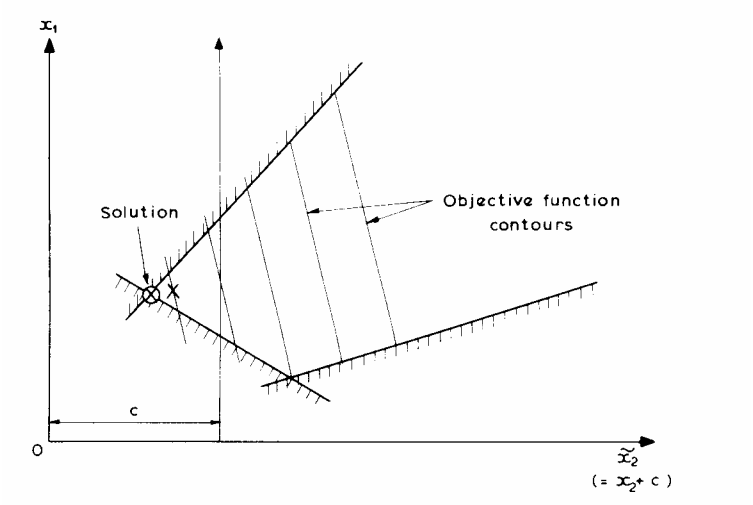


برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

برای حل اینگونه مسائل از سه روش زیر میتوان استفاده کرد.

الف ـ متغیرهایی را که امکان منفی شدن دارند کد گذاری می کنیم و سپس در فرآیند حل سیمپلکس اجازه منفی شدن را به آنها میدهیم. استفاده از این روش بصورت دستی خسته کننده و بصورت کامپیوتری مستلزم استفاده از برنامه های خاص است.

ب ـ اگر حد پایین متغیر منفی X_i معلوم (-C) باشد در فرمول بندی مسأله آنرا با $X_i' = X_i + C \geq 0$ جایگزین می کنیم. بدین ترتیب مسئله جدیدی خواهیم داشت که میتوان آن را بروش معمول حل کرد.



ج ـ اگر حد پایین متغیر منفی X_i مشخص نبود آنرا بصورت حاصل تفریق دو عدد مثبت می نویسیم $X_i = X_i' - X_i''$ و آن را در فرمول بندی مسأله جایگزین میکنیم. در این صورت جواب بهینه مسئله مثبت یا منفی بودن X_i را تعیین خواهد کرد.

$$X_i'' \leq X_i' \rightarrow X_i \geq 0$$
$$X_i'' \leq X_i' \rightarrow X_i \leq 0$$

فراهم آوردن امکان استفاده از روش سیمپکس متداول از محاسن این روش و افزایش تعداد متغیرهای تصمیم از معایب آن است.

۲- متغیرهای صحیح مقدار:

استفاده از روش سیمپلکس تشریح شده بر این فرض استوار است که متغیرهای تصمیم اعدادی حقیقی و البته نا منفی اند. در بسیاری از مسائل مهندسی با کمیتهایی مواجه میشویم که تنها مقادیری صحیح (مثلاً تعداد روزهای کاری – تعداد کارگران یا

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

تعداد قطعات بتنی تولید شده و غیر آن) یا گسسته (مثلاً قطر لوله های موجود در بازار و غیر آن) را میپذیرند. در چنین مواردی باید از یکی از روشهای زیر برای حل اینگونه مسائل استفاده کرد.

الف: روش برنامه ریزی خطی صحیح – مقدار (گسسته مقدار)

اعمال دستی این روش بسیار وقت بر و خسته کننده است و کاربرد کامپیوتری آنهم مستلزم بهره گیری از برنامه های کامپیوتری خاص است.

ب: گرد کردن (Rounding)

این روش شامل گامهای زیر است.

۱ـ با فرض پیوسته مقدار بودن متغیرهای تصمیم مسأله LP مورد نظر را با استفاده از روش سیمپلکس متداول حل کرده و جوابهای پیوسته مسئله را $i = 1,2 .....n$, x_i^* بدست میاوریم. بدیهی است که در حالت کلی این جوابها بر مقادیر گسسته و مجاز متغیرها منطبق نخواهد بود.

۲ـ مقادیر بالا و پایین هر یک از متغیرهای تصمیم $i = 1,2 .....n$ x_{Ui}^*, x_{Di}^* را از فهرست مقادیر مجاز آنها تعیین میکنیم.بدین ترتیب تعداد 2^n جواب کسسته مقدار خواهیم داشت..

۳– جوابهای شدنی را با جایگزینی این جوابها در قیود مسئله بدست می آوریم.

۴– جواب بهینه را با قرار دادن جوابهای شدنی در تابع هدف مسئله بدست می آوریم.

مثال: مسئله زیر را با استفاده از روش گرد کردن حل کنید.

$$Max\ f = 4x_1 + x_2$$

$$S.T:$$

$$5x_1 + x_2 \le 26.5$$

$$x_1 + 5x_2 \le 26.5$$

متغیرها همگی صحیح مقدارند.

گام ۱: حل مسئله با فرض پیوسته مقداری متغیرها

$$X : (X_1^* = 4.417, X_2^* = 4.417) \qquad f^* = 22.083$$

گام ۲: تعیین مقادیر بالا و پایین جوابهای پیوسته و محاسبه ۴ جواب گرد شده

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$x_{U1}^{*}=5$ $\quad$ $x_{D1}^{*}=4$

$x_{U2}^{*}=5$ $\quad$ $x_{D2}^{*}=4$

جوابهای گرد شده $\quad X_1=(4,4)\ ,\ X_2=(5,4)\ ,\ X_3=(4,5)\ ,\ X_4=(5,5)$

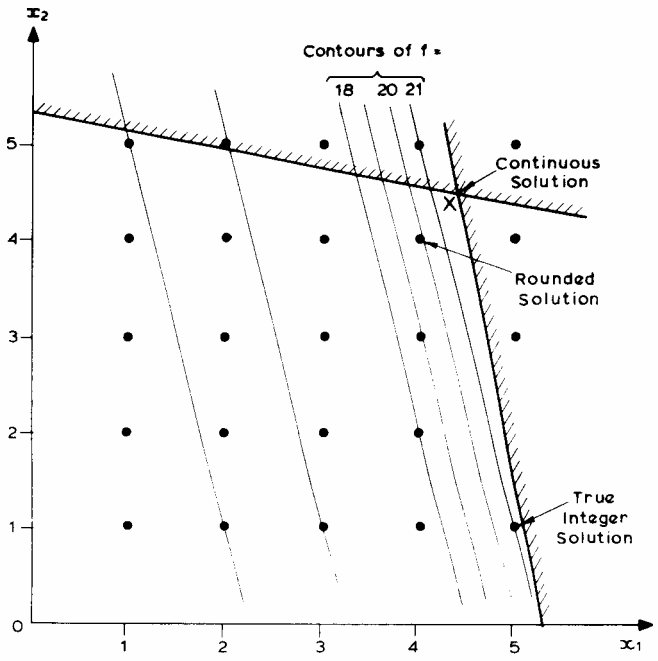
گام ۳: تعیین جوابهای شدنی.

$X_1=(4,4)$

گام ۴: تعیین جواب بهینه از بین جوابهای شدنی.

$X^{*}=(4,4)$ $\quad$ $f^{*}=20$

لازم به ذکر است که جواب بهینه واقعی این مسئله $X^{*}=(5,1)$ و $f^{*}=21$ است. مقدار خطای ایجاد شده در جواب بهینه در اینجا ۵٪ است که خطایی قابل قبول برای محاسبات معمول مهندسی است.



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

محاسبه حدس اولیه شدنی:

در این بخش روشی نظام مند برای محاسبه حدس اولیه شدنی تشریح میشود. این روش از فرآیند سیمپلکس بدین منظور استفاده میکند و بهمین دلیل بنام فاز ۱ سیمپلکس خوانده میشود. در این روش فرآیند سیمپلکس تا مرحله معرفی متغیرهای کمبود و تبدیل قیود نامساوی به قیود تساوی پیش برده میشود

قیود تساوی:

$$\text{قیود} \geq \Rightarrow \sum_{1}^{N} b_{ji}x_i - x_{N+j} = c_j \quad j = 1,.....M_1$$

$$\text{قیود} \leq \Rightarrow \sum b_{ji}x_i + x_{N+j} = c_j \quad j = M_1 + 1,.....M$$

در این مرحله متغیرهای جدیدی موسوم به متغیرهای مصنوعی $x'_{N+M+J} \quad j = 1,2, \quad M$ به هر یک از قیود اضافه می‌کنیم. این متغیرها نیز همانند متغیرهای کمبود وتصمیم نامنفی فرض می‌شوند.

$$\text{قیود} \geq \quad \sum b_{ji}x_i - x_{N+j} + x'_{N+M+J} = c_j$$

$$\text{قیود} \leq \quad \sum b_{ji}x_i - x_{N+j} + x'_{N+M+J} = c_j$$

$$x'_{N+M+J} \geq 0 \quad j = 1,2, \quad M$$

برای مثال در مورد مثال حل شده قبلی داریم:

$$2x_1 + 2x_2 - x_5 + x'_8 = 60$$
$$2x_1 + 4x_2 - x_4 + x'_9 = 80$$
$$4x_1 \quad - x_5 + x'_{10} = 60$$
$$4x_2 - x_6 + x'_{11} = 20$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_7 + x'_{12} = 120$$
$$x_i \geq 0 \quad i = 1,.....12$$

با فرض مقدار صفر برای همه متغیرهای تصمیم و کمبود مسئله مقدار همه متغیرهای مصنوعی نا منفی شده و در نتیجه جواب حس زده شده همه قیود جدید را تامین میکند.به عبارت دیگر نقطه مورد نظر نقطه حدسی شدنی لست.

بدیهی است که قیود جدید تنها در صورتی بیانگر قیود مسئله اولیه اند که مقدار متغیر های کمبود برابر صفر باشد در صورتی که مقدار این متغیرها بازای نقطه حدسی شدنی غیر صفر است. بدین ترتیب کافی است فرآیندی را تعریف کرد که از طریق آن بتوان مقدار همه متغیرهای مصنوعی را بدون تخطی از شرط نامنفی بودن متغیرها (اعم از تصمیم و حالت) به صفر تبدیل کرد. آز آنجا که روش سیمپلکس همواره در داخل ناحیه شدنی بدنبال جواب میگردد لذا از خود فرآیند سیمپلکس میتوان برای این منظور استفاده کرد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

بر این اساس مسئله سیمپلکس زیر را تعریف میکنیم:

$$Min \quad f' = \sum_{8}^{12} x'_i$$

$$2x_1 + 2x_2 - x_5 + x'_8 = 60$$
$$2x_1 + 4x_2 - x_4 + x'_9 = 80$$
$$4x_1 \quad - x_5 + x'_{10} = 60$$
$$4x_2 - x_6 + x'_{11} = 20$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_7 + x'_{12} = 120$$
$$x_i \geq 0 \quad i = 1,.....12$$

حال با انتخاب متغیرهای مصنوعی به منزله متغیر های حالت و در نتیجه انتخاب متغیرهای تصمیم و کمبود مسئله اولیه به عنوان متغیرهای تصمیم مسئله جدید (مسئله یافتن حدس اولیه شدنی) داریم:

$$x'_8 = 60 - (2x_1 + 2x_2 - x_5)$$
$$x'_9 = 80 - (2x_1 + 4x_2 - x_4)$$
$$x'_{10} = 60 - (4x_1 \quad - x_5)$$
$$x'_{11} = 20 - (\quad 4x_2 - x_6)$$
$$x'_{12} = 120 - (3x_1 + 2x_2 + x_7)$$
$$x_i \geq 0 \quad i = 1,.....12$$

اکنون با فرض مقدار صفر برای همه متغیرهای تصمیم و کمبود مسئله داریم:

$$x_i = 0 \quad i = 1,.....7$$
$$x'_8 = 60$$
$$x'_9 = 80$$
$$x'_{10} = 60$$
$$x'_{11} = 20$$
$$x'_{12} = 120$$

حال با تشکیل جدول سیمپلکس و اعمال تکرار اول سیمپلکس داریم:

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7		
x'_8	60	-2	-2	1					60	50
x'_9	80	-2	-4		1				80	60
x'_{10}	60	-4				1			60	60
x'_{11}	20		-4				1		20	0
x'_{12}	120	-3	-2					1	120	
									110	
f'	340	-11	-12	1	1	1	1	1	340	
									280	
		0	0	0	0	0	0	0		
		0	5	0	0	0	0	0		

حال با اعمال پیوتینگ برای جابجایی متغیرهای x'_{11} و x_2 داریم:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

		x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x'_8	50	-2	1			-1/2		50
x'_9	60	-2		1		-1		60
x'_{10}	60	-4			1			60
x_2	5					1/4		5
x'_{12}	110	-3				-1/2	-1	110
f'	280	-110	10	10	10	-20	-10	28

همانگونه که از جدول مشاهده میشود مقدار و ضرایب تابع هدف برابر حاصل جمع مقدار و ضرایب متغیرهای مصنوعی است. لازم به ذکر است که در تشکیل جدول دوم سیمپلکس متغیر x'_{11} پس از انتقال به فهرست متغیرهای تصمیم از این لیست حذف شده است. علت این کار آن است که با صفر شدن تمامی متغیرهای مصنوعی هدف غائی این فرآیند است. بر این اساس پس از صفر شدن هر متغیر مصنوعی و انتقال به فهرست متغیرهای تصمیم نباید مقدار آن را تغییر داد. بر این اساس با حذف این متغیرها از جدول میتوان از تغییر نکردن آنها اطمینان حاصل کرد. این کار علاوه بر این باعث کم شدن تعداد متغیرها در جدول و سادگی محاسبات خواهد شد. جواب حاصل در انتهای این فرآیند (حذف همه متغیرهای مصنوعی) نمایشگر حدس اولیه شدنی برای مسئله اولیه خواهد بود. در این مرحله کافی است که رابطه تابع هدف مسئله اولیه را جایگزین تابع هدف f' کرده و از فرآیند سیمپلکس متداول برای رسیدن به جواب بهینه استفاده کرد. این مرحله از فرآیند حل مسئله به نام فاز ۲ سیمپلکس خوانده میشود.

تمرین: فرآیند بالا را تا رسیدن به حدس اولیه شدنی و پس از آن تا رسیدن به جواب بهینه ادامه دهید.

روش سیمپلکس استاندارد:

روش سیمپلکس غیر استاندارد علیرغم سادگی درک آن برای کاربرد کامپیوتری مفید نیست. بدین منظور باید از روش سیمپلکس استاندارد که روشی نظام مندتر است استفاده کرد. بکارگیری روش سیمپلکس استاندارد مستلزم استفاده از صورت استاندارد مسئله برنامه ریزی خطی است. صورت استاندارد مسائل برنامه ریزی خطی بصورت زیر نوشته می شود:

$$Max \sum_{i=1}^{N} a_i x_i$$

$$\sum_{i=1}^{N} b_{ji} x_i \le c_j \qquad c_j \ge 0 \ \forall_{j=1,.....M}$$

$$x_i \ge 0$$

در این بخش روش سیمپلکس استاندارد با استفاده از مثال زیر تشریح میشود.

$$Max\ 4x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 11x_4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 15$$

$$7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \le 120$$

$$3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 15x_4 \le 100 \qquad x_i \ge 0 \qquad i = 1,4$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

این روش دارای مراحل زیر است.

گام اول: تبدیل قیود نامساوی به قیود تساوی با استفاده از متغیرهای کمبود و تبدیل رابطه تابع هدف بصورت رابطه ای همگن ($f(x_i)=0 \quad i=0,1,2,3,.....n$) که در آن x_0 نمایشگر مقدار تابع هدف فرض شده است.

$$
\begin{aligned}
x_0 \; & -4x_1+5x_2+9x_3+11x_4 && && && = 0\\
& 1x_1+1x_2+1x_3+1x_4 && +1x_5 && && = 15\\
& 7x_1+5x_2+3x_3+2x_4 && && +1x_6 && = 120\\
& 3x_1+5x_2+10x_3+15x_4 && && && +1x_7 = 100
\end{aligned}
$$

گام دوم: انتخاب متغیرهای کمبود به عنوان متغیرهای پایه ای (حالت) و متغیرهای تصمیم به عنوان متغیرهای غیر پایه ای (تصمیم) و تعیین حدس اولیه با صفر قرار دادن مقدار متغیر های تصمیم.

$x_i = 0 \quad i = 1,2,3,4$

$x_5 = 15$

$x_6 = 120$

$x_7 = 100$

بدین ترتیب همانگونه که مشاهده میشود همه متغیرها نامنفی ودر نتیجه حدس اولیه حاصل شدنی است. این شرایط محصول نامنفی فرض شدن مقادیر دست راست قیود (منابع) است.

گام سوم: تشکیل جدول سیمپلکس و محاسبه مقدار تابع هدف و متغیرهای حالت:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_0	-4	-5	-9	-11				0
x_5	1	1	1	1	1			15
x_6	7	5	3	2		1		120
x_7	3	5	10	15			1	100

در این روش با توجه به صفر بودن متغیرهای تصمیم مقدار آنها در جدول وارد نمیشود.

گام چهارم: کاهش تابع هدف از طریق تغییر مقدار متغیرهای تصمیم.

در این روش چون روابط بصورت معادله نوشته شده اند لذا افزایش هر متغیر دارای ضریب مثبت به معنی کاهش سایر متغیرها و افزایش هر متغیر دارای ضریب منفی به معنی افزایش سایر متغیرها از جمله مقدار تابع هدف است. پس تا وقتی علامت متغیری در تابع هدف منفی باشد با افزایش آن می توان تابع هدف را افزایش داد. وقتی همه ضرایب مثبت باشند دیگر امکان افزایش

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

متغیرها وجود ندارد چرا که این امر به کاهش تابع هدف منجر می شود. بنابر این مثبت بودن ضرایب متغیرها در تابع هدف معیار پایان فرآیند است.

با توجه به جدول مشاهده می شود که X_4 بزرگترین ضریب (۱۱-) را دارد و لذا برای افزایش تابع هدف انتخاب میشود

$$X_5 \geq 0 \rightarrow \Delta x_4 = \frac{15}{1} = 15$$
$$X_6 \geq 0 \rightarrow \Delta x_4 = \frac{120}{2} = 60$$
$$X_7 \geq 0 \rightarrow \Delta x_4 = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$$

بدین ترتیب $\Delta x_4 = 20/3$ که با اعمال آن $x_4 = 20/3$ و $x_7 = 0$ خواهد شد. بدیهی است به بدلیل صفر بودن متغیر x_7 امکان ادامه فرآیند وجود ندارد و بایستی فرآیند پیوتینگ را اعمال کرد.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7		
x_0	-4	-5	-9	-11				0	
x_5	1	1	1	1	1			15	$\frac{15}{1}$
x_6	7	5	3	2		1		120	$\frac{120}{2}$
x_7	3	5	10	15			1	100	
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	1			$\frac{1}{15}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{100}{15}$

گام پنجم: در روش غیر استاندارد فرآیند پیوتینگ از طریق جایگزینی رابطه متغیر تصمیم (در اینجا x_4) بر حسب متغیر حالت (در اینجا x_7) در رابطه تابع هدف و قیود اعمال میشد که در نتیجه آن متغیر تصمیم از روابط حذف و بجای آن متغیر حالت ظاهر میگردید. این فرآیند در اینجا در دو مرحله زیر اعمال میشود.

۱- تبدیل ضریب متغیر تصمیم x_4 به عدد ۱ در رابطه مربوط به متغیر کمبود x_7 از طریق تقسیم همه ضرایب رابطه مذکور بر ضریب متغیر تصمیم x_4

۲- حذف متغیر تصمیم x_4 از تمامی روابط از طریق جایگزینی هر رابطه فرضی با ترکیب مناسبی از آن رابطه و رابطه مربوط به قیدی متغیر کمبود x_7 بگونهای که ضریب متغیر تصمیم x_4 در رابطه نهایی برابر صفر شود.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

این فرآیند تا وقتیکه همه ضرایب تابع هدف مثبت شوند ادامه خواهد یافت. جداول زیر نمایشگر این مراحل است.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7		
x_0	$-\frac{9}{5}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{3}$				$\frac{11}{15}$	$\frac{220}{3}$	
x_5	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$		1		$-\frac{1}{15}$	$\frac{25}{3}$	$\frac{25}{3} / \frac{4}{5} = \frac{125}{12}$
x_6	$\frac{33}{5}$	$\frac{13}{3}$	$\frac{5}{3}$				$-\frac{2}{15}$	$\frac{320}{3}$	$\frac{320}{3} / \frac{33}{5} = \frac{1600}{99}$
x_4	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1			$\frac{1}{15}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{20}{3} / \frac{1}{5} = \frac{100}{3}$

جدول اول سیمپلکس

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7		
x_0		$\frac{1}{6}$	$-\frac{11}{2}$		$\frac{9}{4}$		$\frac{7}{12}$	$\frac{1105}{12}$	
x_1	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{12}$		$\frac{5}{4}$		$-\frac{1}{12}$	$\frac{125}{12}$	$\frac{125}{12} / \frac{5}{12} = \frac{125}{5}$
x_6		$-\frac{7}{6}$	$-\frac{13}{12}$		$-\frac{33}{4}$	1	$\frac{5}{12}$	$\frac{455}{12}$	
x_4		$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	1	$-\frac{1}{4}$		$\frac{1}{12}$	$\frac{55}{12}$	$\frac{55}{12} / \frac{7}{12} = \frac{55}{7}$
		$\frac{2}{7}$	1	$\frac{12}{7}$	$-\frac{3}{7}$		$\frac{1}{7}$	$\frac{55}{7}$	

جدول دوم سیمپلکس

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_0		$\frac{3}{7}$		$\frac{11}{7}$	$\frac{13}{7}$		$\frac{5}{7}$	$\frac{695}{7}$
x_1	1	$\frac{5}{7}$		$-\frac{5}{7}$	$\frac{10}{7}$		$-\frac{1}{7}$	$\frac{50}{7}$
x_6		$-\frac{6}{7}$		$\frac{13}{7}$	$-\frac{61}{7}$	1	$\frac{4}{7}$	$\frac{325}{7}$
x_3		$\frac{2}{7}$	1	$\frac{12}{7}$	$-\frac{3}{4}$		$\frac{1}{7}$	$\frac{55}{7}$

جدول سوم سیمپلکس

موارد کاربرد دوگانی:

۱- آزمایش حساسیت از طریق دوگانی

۲- افزایش کارایی روش سیمپلکس

۱- آزمایش حساسیت : بار دیگر مسئله تعیین محدوده تغییرات مجاز ضرایب تابع هدف مسئله حل شده در قبل را در نظر بگیرید.

$$Min\ f = 4x_1 + 6x_2$$
$$2x_1 + 2x_2 \geq 60$$
$$2x_1 + 4x_2 \geq 80$$
$$4x_1 \geq 60$$
$$4x_2 \geq 20$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 120 \Leftrightarrow -3x_1 - 2x_2 \geq -120$$

که صورت دوگان آن بصورت زیر تعریف شد.

$$Max\ f' = 60y_1 + 80y_2 + 60y_3 + 20y_4 - 120y_s$$
$$2y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 0y_4 - 3y_5 \leq 6$$
$$2y_1 + 4y_2 + 0y_3 - 2y_5 \leq 4$$
$$y_j \geq 0 \quad j = 1,.....5$$

با فرض تابع هدف بصورت پارامتری

$$f = a_1x_1 + a_2x_2$$

قیود مسئله دوگان بصورت زیر تدیل میشود

$$2y_1 + 2y_2 + 4y_3 - 3y_5 \leq a_1$$
$$2y_1 + 4y_2 - 2y_5 \leq a_2$$

با توجه به رابطه هدف در شرایط بهینه $f = 0x_1 + 0x_2 + 2x_3 + 0x_4 + \frac{1}{2}x_5 + 0x_6 + 0x_7$ داریم:

$$y_2 = y_4 = y_5 = y_6 = y_7 = 0$$

با جایگزینی این مقادیر در قیود داریم

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$2y_1 + 4y_3 = a_1 \qquad y_1 = \frac{a_2}{2}$$
$$\Rightarrow$$
$$2y_1 = a_2 \qquad y_3 = (a_1 - a_2)/4$$

برای شدنی بودن جواب باید روابط زیر صادق باشد.

$$y_1 \geq 0 \quad \Rightarrow a_2 \geq 0$$
$$y_3 \geq 0 \quad \Rightarrow a_1 \geq a_2$$

این همان روابطی است که قبلاً از طریق آزمایش حساسیت بدست آمد.

۲- افزایش کارایی روش سیمپلکس:

فرض کنید حل مسئله برنامه ریزی خطی با n متغیر تصمیم و m قید از طریق سیمپلکس استاندارد مد نظر باشد. با توجه به تعریف مسئله دوگان دارای m متغیر تصمیم و n قید خواهد بود. استفاده از سیمپلکس استاندارد برای حل این مسئله با استفاده از صورت اولیه و صورت دوگان به جداول زیر منجر خواهد شد.

n+m متغیر (تصمیم و حالت)	
(n+m) * m عضو ماتریس	m متغیر (حالت)
	f

جدول سیمپلکس مسئله اولیه

n+m متغیر (تصمیم و حالت)	
(n+m) * n عضو ماتریس	n متغیر (حالت)
	f

جدول سیمپلکس مسئله دوگان

بدیهی است که بازای همه مقادیر m>n استفاده از صورت دو گان نیازمند حافظه کمتر و مهمتر از آن عملیات کمتر برای حل مسئله است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

برنامه ریزی غیر خطی
(Nonlinear Programming)

طراحی نظام مند و مسائل غیرخطی

در مهندسی عمران، بیشترین کاربرد تصمیم گیری غیر خطی در مرحله طراحی پروژه ها نهفته است. از آنجا که تقریبا همه مسائل طراحی از نوع غیر خطی اند، مثالهای مورد استفاده در این بخش برای معرفی و تشریح روشهای حل مسائل غیر خطی بطور طبیعی از مسائل طراحی انتخاب شده اند. در این بخش ابتدا نشان میدهیم که طراحی کارا و اقتصادی مستلزم استفاده از رهیافتی نظام مند در مورد طراحی است و چنین رهیافتی براساس بهینه سازی ریاضی استوار است. پس از آن چند مساله ساده طراحی را که دارای روابطی از نوع غیر خطی اند، از منظر بهینه سازی ریاضی مورد بررسی قرار میدهیم.

طراحی نظام مند

طراحی یکی از اجزای اصلی و مهم هر پروژه مهندسی عمران است. مرحله طراحی پروژه ها را میتوان متشکل از دو بخش نسبتا متمایز "طراحی کلان" و "طراحی خرد" به شمار آورد. مرحله طراحی کلان عهده دار تعیین تعداد، جانمایی و ابعاد کلی اجزای اصلی پروژه است. در حالیکه طراحی تفصیلی و جزئیات هر یک از اجزای پروژه در مرحله طراحی خرد و در محدوده چارچوبهای تعیین شده در مرحله طراحی کلان صورت میگیرد.

طراحی مهندسی در واقع فرآیندی از نوع بهینه سازی است. تلاش همه مهندسین طراح این است که بهترین طرح ممکن را برای پروژه مورد نظر ارایه کنند. در مرحله طراحی کلان باید ابعاد و ارتباط اجزای اصلی طرح بگونه ای تعیین شوند تا مجموعه آنها هماهنگی لازم را برای انجام وظایف محوله با کارایی زیاد و هزینه کم داشته باشد. در مرحله طراحی خرد نیز باید جزئیات اجزای مورد اشاره را به گونه ای طراحی کرد که هر یک از آنها با کمترین هزینه از عهده انجام وظایف خود برآیند. بدیهی است مهندسی را که ساختن طرحهای پیشنهادی اش گران تمام میشود، نمیتوان مهندس موفقی در حرفه خود قلمداد کرد. بدین ترتیب میتوان گفت که تهیه و ارایه بهترین طرح ممکن و بعبارت دیگر بهینه سازی اساسیترین اصل مرحله طراحی است.

طراحی در واقع فرآیندی از نوع هماهنگ سازی نیز هست. در این فرآیند طراح باید با استفاده از تخیل، تجربه و مهارتهای فنی خود طرحی کامل، شدنی، عملی و کارا را تهیه و پیشنهاد کند. متاسفانه آموزشهای رسمی اکثر مهندسین بر اساس تحلیل استوار شده است. بر این اساس اکثر دانش آموختگان و بسیاری از دانشجویان دوره های مهندسی قادر به تحلیل طرحهای موجود و پیشبینی جزئیات رفتار آن هستند. ولی تاکید بیش از حد بر روی مهارتهای تحلیلی، به رغم ضرورت آگاهی مهندسین از چگونگی رفتار طرحهای مهندسی عمران، باعث انحراف افکار مهندسین از برخوردی خلاق با مسائل مهندسی است. بدین ترتیب میتوان دریافت که فرآیند هماهنگ سازی و در نتیجه طراحی پروژه های مهندسی، کار دشواری برای اکثر

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

مهندسین تازه کار است. آیین نامه های مهندسی نیز کاربرد زیادی در این مرحله ندارند، زیرا که اکثر این آیین نامه ها طبیعتی تحلیلی دارند، که تنها امکان وارسی طرحهای موجود را فراهم میکنند. آیین نامه های مهندسی در واقع حدود یا مرزهایی را که هر طرح مهندسی پیشنهادی باید در داخل آن قرار گیرد، بدست میدهد و به ندرت میتوان از آنها در فرآیند خلق یا هماهنگ سازی پروژه ها استفاده کرد.

در فرآیند طراحی مهندسین برای تشخیص اجزای تشکیل دهنده یک طرح خوب بیشتر از همه بر روی تجربه و مهارت خود و سایر مهندسین تکیه میکنند. تجربه طراحی را تنها میتوان از طریق فرآیند طولانی طراحی مستمر آموزش داد و امکان تدریس رسمی آن وجود ندارد. با این حال روشهایی نیز وجود دارند که از طریق آن میتوان فرآیند آموزش و انتقال ۴تجربه طراحی را سرعت بخشید و این فصل با یکی از این روشها سر و کار دارد. فرآیند تحلیل یک طرح فرضی بسیار روشن و استاندارد است. بدین منظور از مدل عددی خاصی برای تحلیل طرح مورد نظر استفاده میشود. آیا نمیتوان از مدل ریاضی همانندی نیز برای فرآیند طراحی بجای فرآیند تحلیل استفاده کرد؟

اولین گام از رهیافت نظام مند عبارت از تعیین تصمیمات مورد نظر و انتساب متغیری ریاضی به هر یک از این تصمیمات است. تصمیمات و در نتیجه متغیرهای ریاضی انتسابی به آنها در مرحله طراحی همان تعداد، ابعاد و هندسه مؤلفه ها و اجزای مختلف طرح است. گام دوم رهیافت نظام مند، محدودیتهای اعمال شده از طریق پروژه بر روی این متغیرها را بررسی و سپس مدل ریاضی مربوط به این محدودیتها را ابداع میکند. اعمال این گام و یافتن مدل ریاضی مناسب برای مسائل طراحی معمولا بسیار مشکل و پیچیده است. عوامل مختلفی میتوانند محدودیتهای مورد اشاره را ایجاد کنند; که در اینجا به برخی از مهمترین آنها اشاره شده است:

(۱) رفتار مکانیکی طرح.
(۲) خواص مصالح بکار گرفته شده در طرح.
(۳) محدودیتهای تعیین شده در آیین نامه های مهندسی.
(۴) محدودیتهای اعمال شده از طریق مرزهای هندسی طرح.
(۵) محدودیتهای ناشی از بود یا نبود مصالح.
(۶) محدودیتهای اعمال شده از طریق معماری طرح.
(۷) محدودیتهای ناشی از روشهای اجرایی منتخب.

بدیهی است که فهرست بالا در بردارنده همه عوامل ممکن نیست. در ادامه رهیافت نظام مند باید هر یک از محدودیتهای بالا را دقیقا بررسی و سپس آنها را به صورت تابعی از متغیرهای طراحی بیان کرد. این کار در برخی موارد چندان مشکل نیست. قوانین مکانیکی حاکم بر رفتار طرح مورد نظر و همچنین مقادیر حدی مربوط به خواص مورد استفاده در پروژه معمولا معلوم اند. برخی دیگر از این محدودیتها را میتوان به سادگی با استفاده از آیین نامه های مهندسی و برخی دیگر را با توجه به شرایط مرزی معلوم طرح بدست آورد. بدین ترتیب مدلسازی ریاضی چهار مورد اول از فهرست بالا بسادگی امکانپذیر است.

مدلسازی سه مورد آخر و همچنین ملاحظات دیگری همچون سلیقه شخصی طراحی بعلت کمی نبودنشان مشکلتر است. برای مثال ابعاد زیبایی شناسانه طرح پیشنهادی یک پل یا مجموعه ای اداری را نمیتوان بصورت تابعی ریاضی بر حسب متغیرهای طراحی (ابعاد و نظیر آن) آن بیان کرد. تلاش طولانی هنرمندان و معماران برای فراهم آوردن امکان بیان ریاضی ابعاد زیبایی شناسانه طرحهای مهندسی نیز تاکنون به نتایجی کمی منجر نشده است. بدین ترتیب میتوان نتیجه گرفت که همه محدودیتهای موجود بر روی طرحهای مهندسی را نمیتوان بصورتی ریاضی بیان کرد. محدودیتهای کمی فنی را به سادگی میتوان از طریق ریاضی مدلسازی کرد. ولی امکان مدلسازی ریاضی محدودیتهای کیفی و موضوعی به سادگی فراهم نخواهد شد. از آنجا که مجموعه محدودیتهای ریاضی در واقع بیانگر قیود مربوط به شدنی بودن طرح پیشنهادی است، رهیافت نظام مند در نبود قیود کیفی یا زیبایی شناسانه به طرحی منجر میشود که از نظر فنی شدنی، ولی احتمالا از نظر کیفی نشدنی است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

گام سوم رهیافت نظام مند ایجاب میکند تا پس از تعیین رابطه ریاضی همه قیود فنی مساله، ضابطه ای برای تعیین خوبی طرح انتخاب و بصورت تابعی از متغیرهای طراحی تعریف شود. این ضابطه با توجه به مساله مورد نظر میتواند ضابطه ای فنی (همچون سختی یا عمق کمینه) و یا اقتصادی (همچون هزینه کمینه) باشد. ضابطه مورد نظر صرفنظر از نوع آن باید بصورت تابعی از متغیرهای طراحی تعریف شود. همانگونه که قبلا دیدیم، تعریف قیود مسائل طراحی بر حسب متغیرهای طراحی همیشه ممکن نیست. این موضوع در مورد تابع هدف مسائل طراحی – بخصوص وقتی که این تابع نمایشگر هزینه طرح باشد – نیز صادق است. اگرچه تعریف هزینه مواد مختلف مورد استفاده در طرح بر حسب متغیرهای طراحی ساده است، ولی فرمولبندی سایر هزینه ها بر حسب متغیرهای طراحی ممکن است مشکل باشد. در حالت ایده آل باید هزینه نیروی انسانی، تجهیزات و هزینه های ساخت پروژه را نیز در محاسبات منظور کرد، ولی این کار همیشه ممکن نیست. اگر طرح مورد نظر بخشی از پروژه بزرگتری باشد، در این صورت هزینه این طرح بر روی هزینه سایر اجزای پروژه تاثیر خواهد گذاشت. بدین ترتیب تعریف کامل تابع هدف هزینه ای مسائل طراحی (همچون تعریف قیود آن) همیشه امکانپذیر نخواهد بود. در چنین مواردی باید تابع هدف مساله مورد نظر را به گونه ای تعریف کرد که تا حد امکان نمایشگر هزینه های احتمالی طرح باشد.

پس از بررسی نظام مند مساله طراحی و فرمولبندی ریاضی تابع هدف و قیود آن باید مدل ریاضی حاصل را برای یافتن مقادیر بهینه متغیرهای طراحی حل کرد. مقادیر بهینه محاسبه شده برای متغیرهای طراحی نمایشگر طرح اولیه ای است که باید آن را جهت بدست آوردن طرح نهایی تحلیل و در صورت لزوم اصلاح کرد. در این جا باید نکته مهمی را مد نظر قرار داد. هدف از رهیافت نظام مند شرح داده شده تنها بدست آوردن طرح اولیه ای است که از نظر فنی شدنی است و ضابطه مورد نظر را کمینه یا بیشینه میکند. این رهیافت به ندرت به طرح نهایی منجر میشود. از آنجا که قیود فنی و کیفی مساله و همچنین تابع هدف مساله طراحی کامل نیستند، جوابهای بهینه بدست آمده نیز نمایشگر جواب کامل نهایی نخواهند بود. در واقع طرح اولیه حاصل از بکارگیری رهیافت شرح داده شده، ممکن است از نظر اجرایی چندان مناسب نباشد، ولی در هر صورت از نظر فنی نقطه آغاز مناسبی برای فرآیند تکراری تحلیل و اصلاح است، که سرانجام به طرح نهایی منجر خواهد شد.

این رهیافت بخصوص وقتی که مهندس طراح هیچگونه تجربه قبلی در زمینه طراحی پروژه مورد نظر ندارد، روش مناسبی برای بدست آوردن طرح اولیه ای شدنی و کارا است. لازم به تذکر است که استفاده از طراحی نظام مند و روشهای بهینه سازی طراحی به هیچ وجه طراح را از تجربه طراحی بی نیاز نخواهد کرد. هدف از بکارگیری این روشها در واقع تکمیل تجربه طراحی است. کار اصلی یک طراح خوب این است که توازن مناسبی بین ابعاد فنی طرح و سایر عوامل کیفی آن ایجاد کند. رهیافت نظام مند خود قادر به برقراری این توازن نیست و فقط در مورد ابعاد فنی طرح تصمیم گیری میکند. بدین ترتیب باید انتظار داشت که برقراری توازن بین ابعاد فنی و کیفی طرح مستلزم تحلیل و اصلاح طرح به اصطلاح بهینه حاصل از رهیافت نظام مند باشد. برقراری این توازن همواره نیازمند تجربه طراحی است.

استفاده از روش طراحی نظام مند حتی وقتی که تا بدست آوردن طرح نهایی بهینه دنبال نشود نیز دارای فواید زیادی است. این روش چارچوب مفیدی را برای مطالعه مسائل طراحی فراهم میکند. تلاش در جهت فرمولبندی تابع هدف و قیود مساله طراحی بصورتی طبیعی طراح را به فکرکردن در مورد جزئیات طرح مورد نظر و پاسخ به سؤالاتی در مورد آن وا میدارد. چه تابع هدفی مناسبتر است؟ آیا مهمترین ویژگی یک طرح خوب وزن آن، هزینه آن، سختی آن و یا کمیت دیگری است؟ چگونه میتوان این تابع هدف را بر حسب متغیرهای طراحی تعریف کرد؟ کدام یک از عوامل مورد نظر تاثیر بیشتر و کدام یک اهمیت کمتری دارد؟ قیود و محدودیتهای یک طرح خوب کدام است؟ مهمترین حالات شکست طرح کدام است؟ مصالح مناسب و خواص مورد نظر آنها کدام است؟ سایر بخشهای پروژه چه محدودیتهایی را بر طرح مورد نظر اعمال میکنند؟

فرمولبندی مساله بهینه سازی مورد نظر مستلزم تامل و دقت بسیاری زیادی در مورد تابع هدف و قیود آن است. بدین منظور باید همه قیود ممکن مساله را به دقت مورد بررسی قرار داد. این کار مستلزم فکرکردن در مورد رفتار طرح، چگونگی شکست طرح و رفتار اجزای مختلف طرح و تاثیر متقابل آنها بر روی یکدیگر است. در برخی از موارد نیازی به پیگیری رهیافت نظام مند – شرح داده شده – تا مراحل نهایی آن نیست. زیرا که تامل و تفکر در مورد مشخصات طرح مناسب و قیود آن

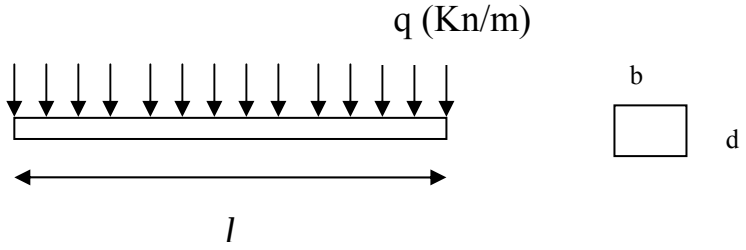
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

امکان طراحی مناسبی را بدون استفاده از فرآیند بهینه سازی رسمی فراهم میکند. بدین ترتیب رهیافت نظام مند مورد نظر چارچوبی منطقی را برای دستیابی به طرح اولیه ای مناسب بدست میدهد. مثالهای ارائه شده در بخش بعد چگونگی استفاده از رهیافت شرح داده شده در مورد چند مساله ساده و همچنین ویژگی غیرخطی بودن مسائل طراحی بهینه را نشان میدهد.

مثالهای نمونه

۱- طراحی تیر.

طرح یک تیر با مقطع مستطیلی به عرض b و عمق d مورد نظر است. اگر l دهانه تیر و $q\ \left(kn/m\right)$ بار یکنواخت وارده بر آن باشد مدل بهترین طرح ممکن را بنویسید. وزن تیر در واحد طول برابر $\rho\ \ kn/m^3$ است.



حل:

از آنجا که طول دهانه تیر و شکل مقطع (مستطیلی) آن معلوم است، طراحی تیر مستلزم تعیین مقادیر عرض، b ، و عمق ، d ، آن است. بنابراین b و d همان متغیرهای طراحی اند. هر طرح قابل قبول برای چنین تیری باید چندین محدودیت فنی را تامین کند. خیز تیر، تنشهای خمشی و برشی آن نباید از مقدار معینی بیشتر شود.

۱) ابتدا مساله خیز تیر را مد نظر قرار میدهیم. آیین نامه های طراحی مقدار بیشینه مجازی را برای خیز ناشی از بارهای زنده تیر ارایه میکنند. مقدار این خیز، δ' ، برای تیرهای فولادی بصورت تابعی از طول دهانه آن، مثلا δ' =L/360 ، بیان میشود. خیز تیر مورد نظر، δ، در وسط آن بیشینه است که مقدار آن از رابطه زیر بدست میآید:

$$\delta = \frac{5ql^4}{384E.I}$$

که در آن E و I به ترتیب نمایشگر مدول کشسانی مواد مورد استفاده در تیر و لنگر دوم سطح مقطع (لنگر اینرسی) تیر است. مقدار I برای سطح مقطع مستطیلی از رابطه زیر بدست میآید:

$$I = bd^3/12$$

بدین ترتیب محدودیت خیز این تیر بصورت زیر نشان داده میشود:

$$\delta = \left(\frac{5q.l^4}{32E}\right)b^{-1}d^{-3} \le \delta' \qquad (۱)$$

که در آن کمیت داخل پرانتز و δ' هر دو ثابت و معلوم اند.

۲)قید تنش مجاز خمشی

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

علاوه بر این مجموع تنشهای خمشی ایجاد شده در اثر بار زنده و بار مرده، وزن تیر، نباید از مقدار بیشینه مجاز آن، σ' ، که توسط آیین نامه های طراحی تعیین میشود بیشتر باشد. لنگر خمشی بیشینه تیر مورد نظر از رابطه زیر بدست میآید:

$$M = (q + \rho bd)L^2/8$$

بنابراین حداکثر تنش خمشی برابر است با:

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad y=d/2$$

بدین ترتیب محدودیت مربوط به تنش خمشی بیشینه مجاز به صورت زیر تعریف میشود:

$$\sigma_{max} = (q + \rho.b.d).d/2 * \frac{12}{bd^3}\frac{L^2}{8} \le \sigma'$$

$$\sigma_{max} = (q + \rho.b.d).d/2 * \frac{12}{bd^3}\frac{L^2}{8} \le \sigma'$$

بنابراین

$$\left(\frac{3q\ell^2}{4}\right)b^{-1}d^{-2} + \left(\frac{3\rho.\ell^2}{4}\right)d^{-1} \le \sigma' \qquad (۲)$$

این قید نیز نمایشگر رابطه ای غیرخطی بر حسب متغیرهای طراحی b و d است.
محدودیت مربوط به تنشهای برشی را میتوان به صورتهای مختلفی نشان داد.

۳) این شرط که مقدار تنش برشی میانگین از مقدار مجاز آیین نامه ای آن، ، تجاوز نکند، به صورت زیر نشان داده میشود:

$$\tau_{av} = (q + \rho bd).l/2 * \frac{1}{A}$$

بنابر این

$$(q + \rho bd).\frac{\ell}{2bd} \le \tau'_{av}$$

$$\left(\frac{q\ell}{2}\right)b^{-1}.d^{-1} + \left(\frac{\rho.\ell}{2}\right) \le \tau'_{av} \qquad (۳)$$

۴) شرط فراتر نرفتن تنش برشی بیشینه از مقدار مجاز آیین نامه ای، ، به صورت زیر تعریف میشود:

$$\tau_{max} = 1.5\tau_{av}$$

$$\tau_{max} = \left(\frac{3q\ell}{4}\right)b^{-1}.d^{-1} + \left(\frac{3\rho l}{4}\right) \le \tau'_{max} \qquad (۴)$$

۵) قیود فیزیکی

علاوه بر قیود فنی بالا میتوان محدودیتهایی را هم در مورد ابعاد طرح یا نسبت آنان تعریف کرد. در این رابطه میتوان یکی یا همه قیود زیر را مد نظر قرار داد:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$b'_{\min} \le b \le b'_{\max}$$
$$d'_{\min} \le d \le d'_{\max} \qquad (۵)$$
$$(b \times d)_{\min} \le \frac{b}{d} \le \left(\frac{b}{d}\right)_{\min}$$

در این رابطه هم زبروند ت نمایشگر کمیتهای ثابت و معلوم است.

٦) بر این اساس طرح شدنی طرحی است که مقادیر b و d آن از هیچیک از قیود بالا تخطی نکند. بدیهی است که تعداد طرحهای شدنی بیشمار است و لذا یافتن **"بهترین"** طرح مستلزم تعریف ضابطه ای از نوع اقتصادی یا کارآیی برای خوبی طرح است. یکی از ساده ترین و متداولترین معیارها هزینه ساخت تیر است. هزینه ساخت یک تیر فولادی تقریبا متناسب با حجم فولاد مورد استفاده در آن است. بدین ترتیب میتوان از حجم تیر به منزله تابع هدف مساله استفاده کرد.

$$MinC = \ell.b.d \qquad (۶)$$

بدین ترتیب مساله طراحی مورد نظر به یافتن چنان مقادیری برای متغیرهای طراحی b و d منجر میشود که معادله (۶) را کمینه و همه قیود تعریف شده در روابط (۱–۵) را تامین کند. همه توابع مورد استفاده در فرمولبندی این مساله از نوع توابع غیرخطی اند و به همین دلیل مساله طراحی مورد نظر جزء مسائل موسوم به "برنامه ریزی غیرخطی" (NLP) دسته بندی میشود. مساله برنامه ریزی غیرخطی مساله ای است که یکی یا همه توابع مورد استفاده در تابع هدف یا قیود آن غیرخطی باشد.

این مثال ساده نمایشگر ویژگی اساسی غیرخطی بودن همه مسائل طراحی سازه است. وقتی که مساله بسیار ساده طراحی تیر با تکیه گاه های ساده به مساله ای غیرخطی منجر میشود، در این صورت میتوان انتظار داشت که طراحی تیرها و سیستمهای سازه ای پیچیده تر نیز غیرخطی خواهند بود. غیرخطی بودن همه مسائل طراحی سازه ای ادعای گزافی نیست. این واقعیت از آنجا ناشی میشود که حل مسائل طراحی سازه ای مستلزم یافتن متغیرهایی است که همه آنها، برای مثال b و d، از جنس طول هستند. اگر قوانین مربوط به مکانیک سازه ای یا رفتار طرح مورد نظر نیز در بردارنده توابعی با ابعاد [1](طول) بودند، مسائل طراحی نیز احتمالا غیرخطی نمیشدند. ولی قیود مسائل طراحی معمولا در بردارنده توابعی بر حسب مساحت، با ابعاد [2](طول)، مدول مقطع با ابعاد (طول) و لنگر اینرسی با ابعاد [۴](طول) و نظیر آنند. بدیهی است وقتی که ابعاد قیود و تابع هدف مساله متفاوت از ابعاد متغیرهای طراحی باشند، مساله مورد نظر غیرخطی خواهد بود. مساله ساده بعدی نیز نمایشگر این ویژگی اساسی غیرخطی بودن مسائل طراحی است.

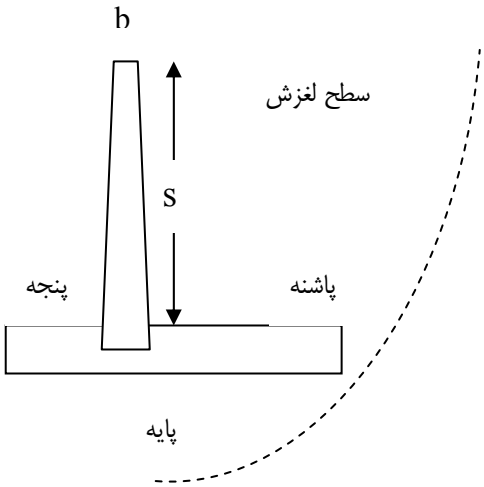
طراحی دیواره حایل طره ای :

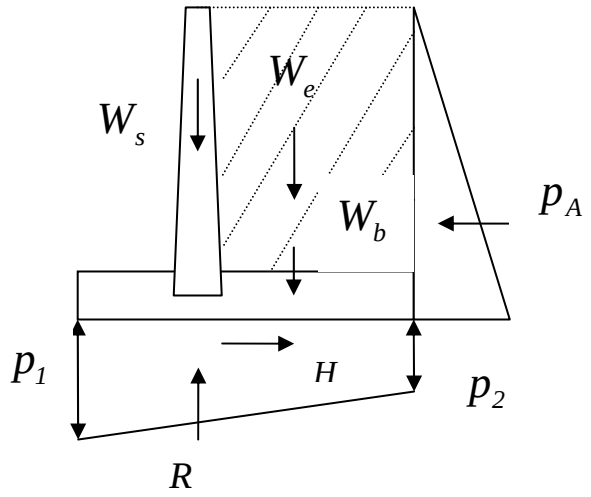
موارد شکست خاک

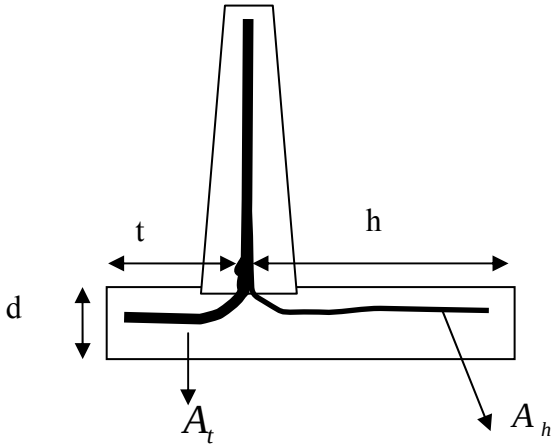
۱– شکست برشی خاک اطراف دیوار (سطح شکست – الف)
۲– لغزش دیوار روی سطح (پایه)
۳– واژگونی روی پنجه
۴– شکست در ظرفیت باربری در زیر پنجه
۵– شکست سازه ای یکی از سه طره
۵–۱– عدم کفایت عمق تیر برای تحمل برش
۵–۲– عدم کفایت عمق تیر برای تحمل خمش

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۵-۳- شکست فولادهای مسلح
۶- شکست در مرزبین فولاد و شن
۷- ناکافی بودن انکوراژ فولاد







D_s فاصله دیوار از پنجه
D_b فاصله مرکز ثقل پایه از پنجه
D_e فاصله محل اثر w_e از پنجه
D_A فاصله مرکز اثر p_A از پنجه
P_A نیرو بر واحد طول دیوار
P فشار باربری مجاز خاک

حل:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

متغیرهای تصمیم t,h,d,A_t,A_h

A_h,A_t,A_s ضخامت (شماره) فولادها در دیوار، پنجه و پاشنه هستند. پس ۵ متغیر تصمیم داریم و ۷ مورد احتمالی شکست.

۱) ضریب اطمینان لغزش

$$R.\frac{\tan\phi}{P_A}\geq 1.5$$

P_A نیروی رانش خاک در واحد طول دیوار

D_s فاصله دیوار از پنجه

D_e فاصله محل اثر w_e از پنجه

D_b فاصله مرکز شکل پایه از پنجه

D_A فاصله P_A از پنجه

P فشار باربری مجاز خاک

۲) واژگونی:

$$\frac{W_s.D_s+W_b.D_b+W_e.D_e}{P_A.D_A}\geq 1.5$$

۳) باردرپنجه:

$$P\left\{\frac{z}{t+\hbar}(W_s+W_b+W_e)-\frac{6}{(t+\hbar)^2}\left[W_s\left(D_s-\frac{t+\hbar}{3}\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+W_b\left(D_b-\frac{t+\hbar}{3}\right)+W_e\left(D_e-\frac{t+\hbar}{3}\right)\right]+P_AD_A\right\}^{-1}\geq 1.5$$

$$\frac{p}{p_1}\geq 1.5$$

۴) تنش برشی :

$$d\geq\frac{V}{\tau_a}$$

(ماکزیمم V در پنجه یا زیر دیوار) که در آن τ_a تنش برشی مجاز و V نیروی برشی است.

۵) شکست کششی در پنجه

$$\left(\frac{M.d}{2I}\leq Ten_a\right)$$

که در آن Ten_a تنشی کششی مجاز بتن در پنجه است.

۶) شکست کششی در پاشنه

$$\left(\frac{M.d}{2I}\leq Ten_a\right)$$

تابع هدف: کمینه کردن هزینه

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

توجه :در بین موارد شکست ذکر شده از موارد ۶ و ۷ می توان بدون تحمل خطر خاصی صرفنظر کرد. چرا که مورد ۸ فقـط بـه ضخامت فولادها توجه دارد نه وزن کل آن، و کل هزینه چندان نسبت به طول انکوراژ حساس نمی باشد.
همچنین پایداری دیوار در مورد بند (۱) از موارد شکست چندان به طول پایه دیوار و یا مشخصات آن وابسته نبوده و لذا مورد ۱ نیز قابل حذف می باشد. بنابراین

$$Minz = C_c d(t+\hbar) + C_s(\hbar.A_\hbar + tA_t) +$$ هزینه دیوار

که در آن C_s, C_c به ترتیب هزینه واحد حجم بتن و فولاد و C=3 حداقل ضخامت پوششی فولاد است
W_t, R, P_A= نیرو بر واحد طول دیوار
D_t= بازوی لنگر نسبت به پنجه
P= فشار باربری مجاز خاک

طراحی حوضچه آرامش:

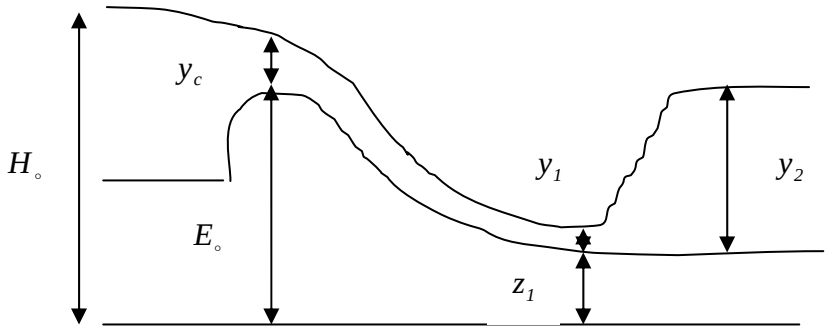
Min $f=C+D$

C : هزینه حوضچه

D : خسارت انتظاری $D \approx Ae^{-Q/B}$

Q : دبی طرح حوضچه

A,B : ضرایب



۱) معادله انرژی با فرض افت ناچیز $E_\circ$

$$(E_\circ + 1.5y_c) - \left(z_1 + y_1 + v_1^2/2g\right) = 0$$

عرض تاج سرریز L_c

$$E_\circ + 1\cdot 5\left(Q^{2/3}.L_c^{-2/3}.g^{-1/3}\right) - \left(z_1 + y_1 + v_1^2/2g\right) = 0$$

۲) اصل مقدار حرکت

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8Fr_1^2} - 1\right) \quad , \; Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}}$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)-(1.4\frac{v_1}{\sqrt{gy_1}})+0.9=0$$
$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)-(1.424+\frac{v_1}{\sqrt{gy_1}})+0.657=0$$

۳) محدودیت پایداری جهش

$$(1.05y_2+z)-T_w\geq 0$$
$$T_w-(z+y_2)\geq -0.1y_2$$

در نتیجه

$$0.9y_2\leq T_w-z\leq 1.05y_2$$

۴) محدودیت عرض حوضچه(w)

$$W\geq L_c$$

۵) محدودیت عدد فرود

$$Fr_{min}\leq F_r\leq Fr_{max}$$
$$4.5\leq F_r\leq 9$$

$Q_{s.d}$ دبی طرح سرریز است $Q\leq Q_{s.d}$

طراحی لوله فاضلاب:

قطر بهینه لوله فاضلابی را تعیین کنید که با شیب معلوم s بتواند دبی معلوم Q' را با سرعت بین V_{min} و V_{max} عبور دهد. جریان را با سطح آزاد فرض کنید.

حل : متغیر طراحی، قطر لوله D است.
ظرفیت لوله با قطر D و شیب s (سطح آزاد)

$$Q=\frac{A}{n}.\theta^{\frac{2}{3}}.s^{\frac{1}{2}}$$

با فرض

$$A\approx D^2 \qquad R\approx D$$

بنابراین

$$Q=C_1.s^{\frac{1}{2}}.D^{\frac{8}{3}}$$

۱) قید ظرفیت:

$$C_1.s^{\frac{1}{2}}.D^{\frac{8}{3}}\geq Q$$

۲)قید محدودیت سرعت:

$$V=\frac{1}{n}R^{2/3}s^{1/2}$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$\left(4C_1.s^{1/2}/\pi\right)D^{2/3} \geq V'_{min}$$

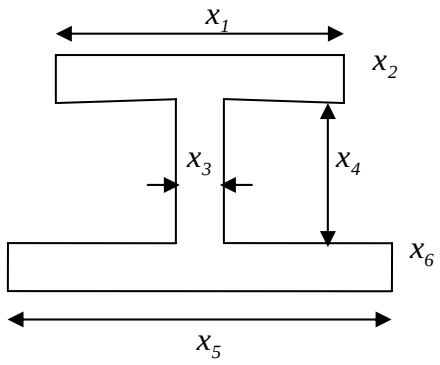
$$\left(\frac{4C_1 s^{1/2}}{\pi}\right)D^{2/3} \leq V'_{max}$$

۳)تابع هدف:

$$Minz = C_d.D^m \Rightarrow Minz = D$$

طرح مقطع یک تیر فولادی

فرض کنید که طول تیر L و حداکثر لنگر خمشی مجاز حاصل از بار زنده M'_l و حداکثر نیروی برشی مجاز حاصل از بـار زنـده S باشد. هزینه تیر را تابعی از حجم فولاد منظور نمائید.



$$Min \quad f = x_1x_2 + x_3x_4 + x_5x_6$$

S.T.

$M_{\max}=$ لنگر بار مرده + لنگر بار زنده

$$= M_l + \rho\ell^2/8\left(x_1x_2 + x_3x_4 + x_5x_6\right)$$

که در آن ρ جم مخصوص فولاد است.

فرض کنید که y فاصله محور افقی خنثی از بالای تیر است.

$$y = \frac{\left[\frac{x_1x_2^2}{2} + x_3x_4\left(x_2 + \frac{x_4}{2}\right) + x_5x_6\left(x_2 + x_3 + \frac{x_6}{2}\right)\right.}{x_1x_2 + x_3x_4 + x_5x_6}$$

حال می توان لنگر اینرسی مقطع را حساب کرد.

$$I = \frac{x_1x_2^3 + x_3x_4^3 + x_5x_6^3}{12} + x_1x_2\left(y - \frac{x_2}{2}\right)^2 + x_3x_4\left(x_2 + \frac{x_4}{2} - y\right)^2 + x_5x_6\left(x_2 + x_4 + \frac{x_6}{2} - y\right)^2$$

حداکثر تنش در بالاترین و پائین ترین تار فولاد عبارست است از

$$\frac{M_{max}.y}{I} \quad , \quad \frac{M_{max}}{I}\left(x_2 + x_4 + x_6 - y\right)$$

بنابراین

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$\frac{M_{\max}.y}{I} \le \sigma_c$$

$$\frac{M_{\max}}{I}\left(x_2 + x_4 + x_6 - y\right) \le \sigma_t$$

برای تنش برشی

$$\tau = \frac{QV}{It} \qquad\qquad Q = \int_{y_0}^{h/2} y dA$$

$$\frac{S}{\left(x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6\right)} \le \tau_{av} - \frac{p\ell}{2}$$

$$\left[S + \frac{\rho\ell}{2}\left(x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6\right)\right]\left[x_1 x_2\left(y - \frac{x_2}{z}\right) + \frac{x_3\left(y - x_2\right)^2}{2}\right] /(Ix^3) \le \tau_{max}$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

برنامه‌ریزی پویا (Dynamic Programming)

روشهای متفاوتی برای دسته‌بندی مسائل بر حسب یک یا چند ویژگی مهم آنها وجود دارد، خطی، غیرخطی، متعین (deterministic)، احتمالاتی (Probabilistic)، پوسته (Continuous)، گسسته (discrete). یکی از ویژگیهایی که می‌تواند فراتر از همه دسته‌بندیهای فوق بوده و همه انواع مسائل فوق را شامل شود عبارت است از ویژگی و خصوصیات تعاقبی (Sequential) یا سریالی (Serial) که مسائل آنها را با استفاده از روشی بنام برنامه‌ریزی پویا (dynamic programming) حل می‌کنیم.

برنامه‌ریزی پویا را باید در واقع نوعی فلسفه تحلیل و نه روش تحلیل به حساب آورد. به همین دلیل این روش دارای یک الگوریتم محاسباتی مشخص و استاندارد نیست. لذا هر مسئله برنامه‌ریزی پویا باید جداگانه و به دقت تحلیل و مطالعه شده و به صورت سریالی تعریف شود تا بتوان آن را با برنامه ریزی پویا حل کرد. به همین دلیل فهم برنامه‌ریزی پویا شاید مشکل‌تر از سایر روشها باشد ولی در صورت استفاده می‌تواند جواب مسائل را با سرعت و کارآیی بسیار بالاتری بدست دهد. علاوه بر این از این روش می‌توان برای حل هر نوع مسئله اعم از خطی، غیرخطی، پیوسته، گسسته و غیره استفاده کرد.

مثال: مسئله مسیر بحرانی:

فرض کنید که در انتهای یک پروژه بخصوص، تنها مسیر بحرانی موجود شامل ۵ فعالیت است که هنوز باید آنها را تکمیل کرد. این فعالیتها به ترتیب با فعالیتهای A , B , C , D , E مشخص شده و به ترتیب 7 ، 6 ، 5 ، 8 ، 6 هفته وقت نیاز دارند. بدین ترتیب کل کار، ۳۲ هفته طول خواهد کشید. بواسطه تأخیراتی که در مراحل قبل رخ داده و بر اساس توافقات قبلی مدت زمان باقیمانده برای تکمیل پروژه ۲۹ هفته است. چگونه می‌توان طول مسیر بحرانی را به میزان سه هفته کوتاه کرد. بدیهی است برای این کار باید منابع مالی و انسانی بیشتری را اختصاص داد ولی چگونه می‌توان این کار را با کمترین هزینه صورت داد.

برای حل این مسئله چند فرض ساده کننده را مورد استفاده قرار می‌دهیم. این فرضیات تنها برای ساده‌ترکردن فهم روش است و گر نه می توان مسئله را بدون این فرضیات نیز حل کرد.

۱) مسیر بحرانی و فعالیتهای بحرانی با تغییر طول مدت زمان فعالیتها عوض نمی‌شود، این بدان معنی است که مسیرهای غیربحرانی و فعالیتهایشان دارای شناوری کل کافی هستند بطوریکه به مسیر و فعالیتهای بحرانی تبدیل نشوند.

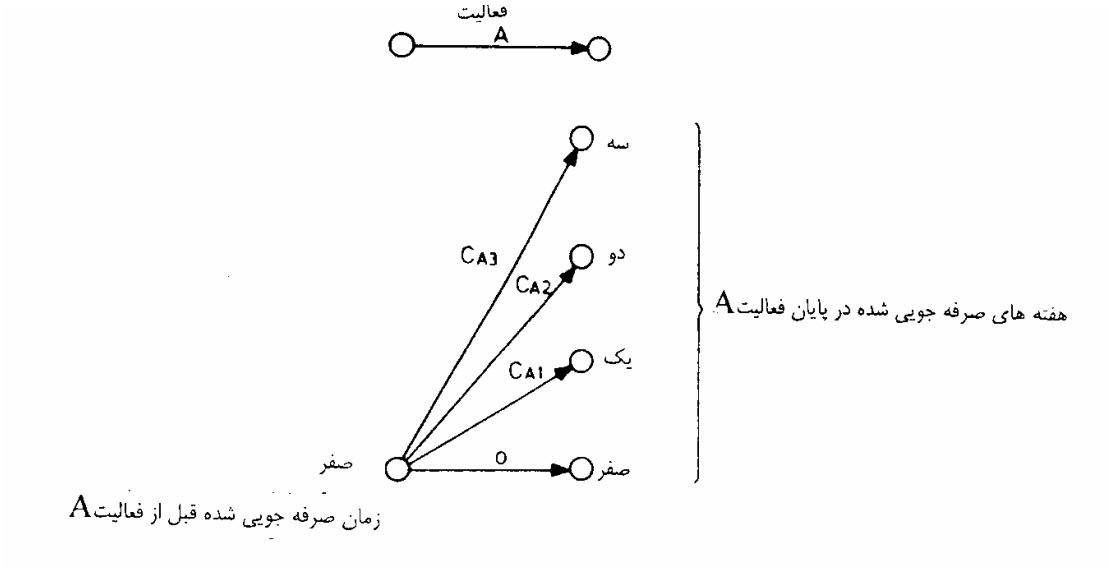
۲) تغییر مدت زمان فعالیتها بر حسب هفته صورت می‌گیرد.

روشهای متفاوتی برای صرفه‌جویی سه هفته وجود دارد. همه سه هفته را می‌توان در یکی از فعالیتها صرفه‌جویی کرد و یا این که در سه فعالیت متفاوت یک هفته را صرفه‌جویی کرد و بسیاری گزینه‌های دیگر.

برای حل این مسئله ما شبکه‌ای را که همه گزینه‌ای فوق را در بر بگیرد رسم کرده وسپس از الگوریتم کوتاهترین مسیر برای تعیین روش مناسب برای صرفه‌جویی سه هفته بگونه‌ای که کمترین هزینه را در بر داشته باشد، استفاده می‌کنیم.

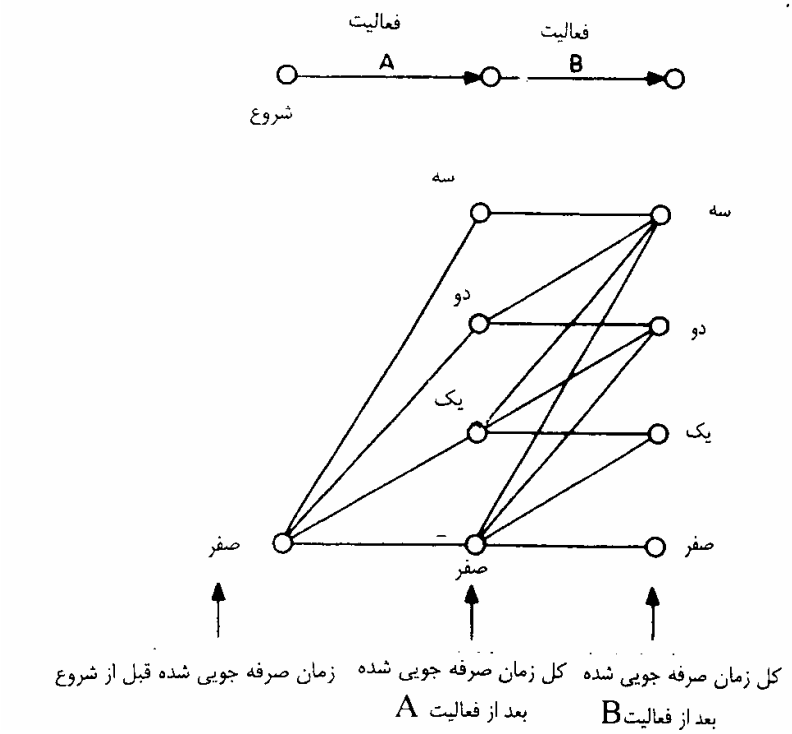
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

بدین منظور ابتدا فعالیت A را در نظر بگیرید. قبل از شروع این فعالیت هیچ صرفه‌جویی صورت نگرفته است. وقتی فعالیت A پایان می‌یابد چهار گزینه برای ما وجود دارد که در طول انجام فعالیت A ، هیچ، یک، دو یا سه هفته صرفه‌جویی کرده باشیم. اگر هزینه صرفه‌جویی یک، دو و سه هفته به ترتیب برابر C_{A1} ، C_{A2} ، C_{A3} باشد در این صورت شبکه مورد نظر را می‌توان به صورت زیر رسم کرد.



شکل ۱– حالات ممکنه برای صرفه جویی در زمان فعالیت B

حال فعالیت B را در نظر بگیرید. بدیهی است که فعالیت B بعد از فعالیت A شروع می‌شود و لذا همه گزینه‌ای فوق را باید قبل از شروع فعالیت B مد نظر قرار داد. به روشی مشابه در انجام فعالیت B نیز چهار گزینه در ارتباط با کل زمان صرفه‌جویی شده در پایان فعالیت B وجود دارد که بر اساس آنها به ترتیب صفر – یک – دو یا سه هفته صرفه‌جویی شده باشد. شکل زیر نمودار این گزینه‌ها است.

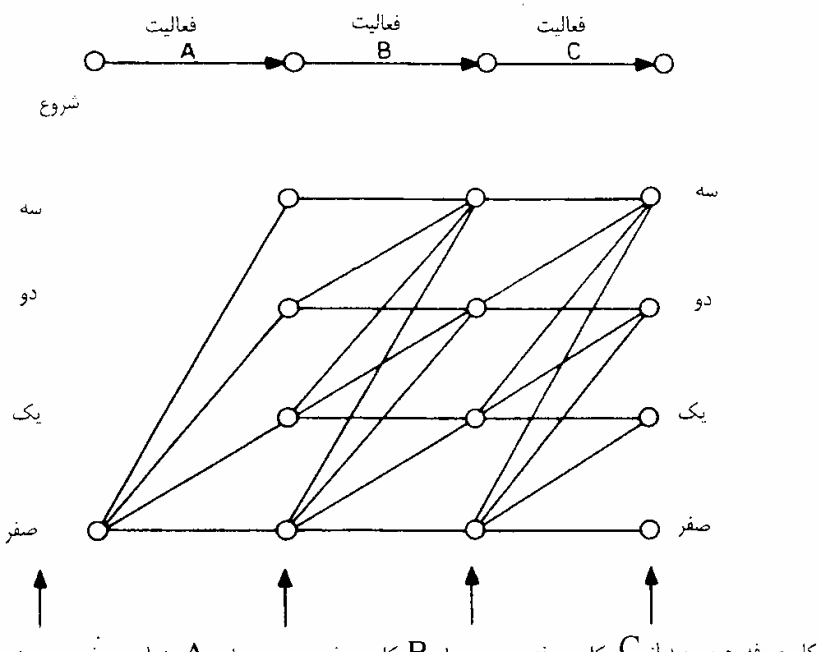


برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

شکل ۲- حالات ممکنه برای صرفه جویی در زمان بعد از دو فعالیت

در اینجا برای سادگی نمایش و با فرض اینکه همه پیکان‌ها را باید از چپ به راست منظور کرد، جهت پیکان‌ها را حذف کرده‌ایم. هزینه صرفه‌جویی در زمان تداوم فعالیت‌ها نیز به منظور سادگی حذف شده است. خطوطی که رئوس چهارگانه دو ستون نشان داده شده در شکل (۲) را به هم وصل می‌کنند، در واقع نمایشگر همه سیاست‌های ممکن برای صرفه‌جویی در زمان فعالیت B هستند. برای مثال اگر مدت زمان صرفه‌جویی شده در پایان فعالیت A برابر ۳ هفته بوده باشد، گزینه‌های صرفه‌جویی در فعالیت B به یک گزینه، صفر هفته صرفه‌جویی، محدود خواهد شد. به همین دلیل رأس با برچسب "سه" در پایان فعالیت A تنها از طریق یک خط به رأس با برچسب "سه" در پایان فعالیت B وصل می‌شود. هزینه اضافی مربوط به این سیاست به دلیل عدم صرفه‌جویی در زمان تداوم فعالیت B برابر با صفر خواهد بود. اگر مدت زمان صرفه‌جویی شده در پایان فعالیت B برابر با ۱ هفته بوده باشد، رأس مربوطه از شکل (۲) باید به سه رأس از رئوس چهارگانه ستون بعدی وصل شوند. گزینه‌های ممکن در این حالت با گزینه‌های صفر، ۱ یا ۲ هفته صرفه‌جویی در زمان تداوم فعالیت B نمایش داده می‌شوند. بدین ترتیب می‌توان خطوطی را که از رأس با برچسب "یک" در پایان فعالیت A شروع می‌شوند رسم کرد. هزینه‌های مربوط به سیاست‌های صفر، ۱ و ۲ هفته صرفه‌جویی در زمان فعالیت B را به ترتیب با صفر، C_{B1} و C_{B2} نشان می‌دهیم. این هزینه‌ها در واقع به خطوطی که رأس با برچسب "یک" در پایان فعالیت A را به ترتیب به رئوس با برچسب "یک"، "دو" و "سه" در پایان فعالیت B وصل می‌کنند، نسبت داده می‌شود.

شبکه سیاست‌های ممکن را می‌توان با اضافه کردن فعالیت C به فعالیت‌های قبلی گسترش داد و شبکه شکل (۳) را بدست آورد. تعداد گزینه‌های ممکن در مورد کل زمان صرفه‌جویی شده پس از پایان فعالیت B نیز برابر چهار گزینه صفر، یک، دو یا سه هفته صرفه‌جویی است. تعداد گزینه‌های ممکن پس از پایان فعالیت C نیز برابر چهار گزینه است که در شکل (۳) از طریق رئوس چهارگانه ستون جدید نشان داده شده است. خطوطی که رئوس چهارگانه دو ستون آخر را به یکدیگر وصل می‌کنند، نمایشگر روش‌های ممکن صرفه‌جویی در فعالیت C هستن۴د. تفسیر خطوط نشان داده شده در شکل (۳) نیز دقیقاً همانند تفسیر ارائه شده در مورد شکل (۲) است.

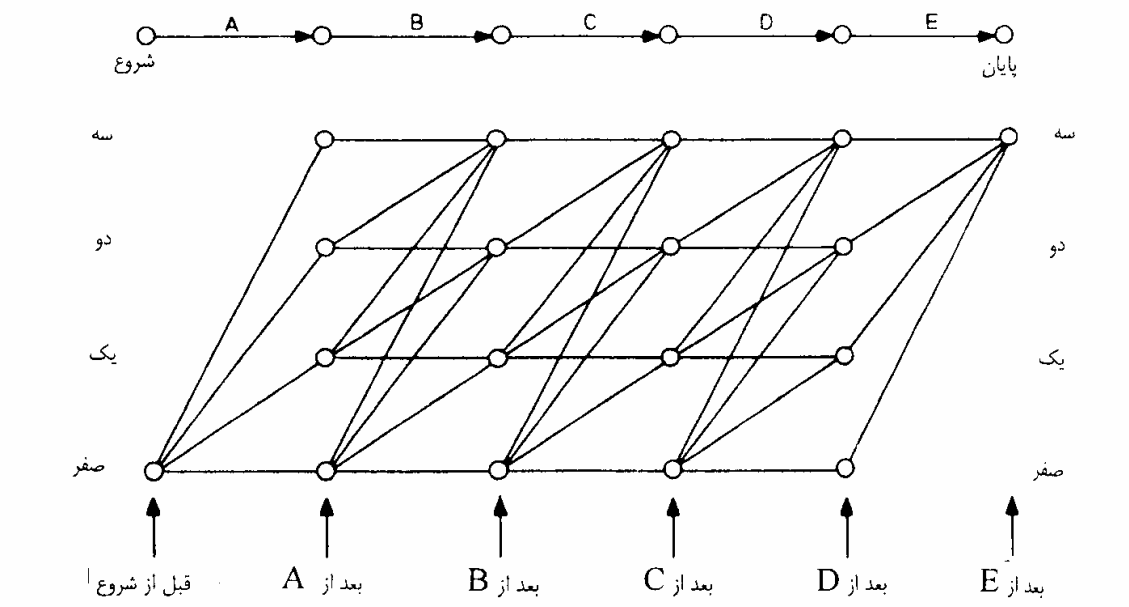


برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

شکل ۳ – سیاست‌های ممکنه صرفه جویی در زمان برای سه فعالیت

هزینه مربوط به هر یک از خطوط شکل (۳) نیز بر اساس تعداد هفته‌های صرفه‌جویی شده در زمان فعالیت C تعیین می‌شود. این هزینه‌ها به ترتیب برابر صفر ، C_{B1} ، C_{B2} و C_{B3} خواهند بود. در اینجا هم جهت پیکان‌ها و هزینه‌های مربوطه به منظور وضوح بیشتر شکل حذف شده است .

شبکه نشان داده شده در شکل (۳) را می‌توان به روشی همانند بالا برای منظور کردن فعالیت D توسعه داد. قبل از شروع فعالیت پایانی E نیز چهار گزینه در مورد تعداد هفته‌های صرفه‌جویی شده در پایان فعالیت D – صفر، ۱، ۲ یا سه هفته – وجود خواهد داشت. پس از پایان فعالیت E تنها باید یک گزینه، ۳ هفته صرفه‌جویی، وجود داشته باشد. بنابراین تنها یک رأس (رأس چاه) پس از فعالیت E وجود خواهد داشت. هر یک از خطوطی که چهار وضعیت ممکن و موجود در پایان فعالیت D را به این رأس چاه متصل می‌کنند، نمایشگر مدت زمان صرفه‌جویی شده در زمان فعالیت E خواهند بود. هزینه هر یک از این سیاستها بر اساس مدت زمان صرفه‌جویی به ترتیب برابر C_{E3} ، C_{E2} ، C_{E1} و صفر خواهد بود.



شکل ۴ – شبکه کامل سیاست‌های ممکنه صرفه جویی در زمان

شبکه فوق چنان ساخته شده است که با طی هر مسیری از نقطه شروع تا انتهای آن در هر صورت مدت سه هفته صرفه جویی خواهد شد. همانگونه که مشاهده می شود تعداد این مسیرها بسیار زیاد بوده و هر یک از آنها هزینه کل متفاوتی دارد. مسیری که هزینه کل کمتری را تحمل نماید مسیر مورد نظر ماست. در این جا با استفاده از روش کوتاهترین مسیر (Shortest Path) می توان مسیر مورد نظر را با کمترین هزینه بدست آورد.

بدین منظور ابتدا هزینه کل معادل صفر را برای گره شروع (گره منبع) منظور می کنیم. هزینه کل هر یک از گزینه های موجود برای انجام و تکمیل فعالیت A بترتیب برابر CA1,CA2,CA3 و صفر می باشد. این هزینه بترتیب برای گره های سه، دو، یک و صفر منظور می شود. سپس با حرکت از فعالیت A به سمت فعالیت B مقدارهزینه کل هر یک ازگره های فعالیت B را

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

با منظور کردن می نیمم هزینه کل همه سیاستهایی که به گره مذکور ختم می شود محاسبه می کنیم. برای مثال، گره (سه) را در ستون فعالیت B درنظر بگیرید. چهارمسیراز گره های فعالیت A به این گره ختم می شود. هزینه کل هر یک از این مسیرها با جمع کردن هزینه های فعالیت A، که قبلاً محاسبه شد، و هزینه هر یک از ایـن مسـیرها بدسـت مـی آیـد. بهتـرین مسـیر، مسیریست که کمترین هزینه را داشته باشد و لذا هزینه کل مربوط به گره سه برابر خواهد بود با

$$Min\begin{Bmatrix} CA_3 + 0 \\ CA_2 + CB_1 \\ CA_1 + CB_2 \\ 0 + CB_3 \end{Bmatrix}$$

بدین ترتیب می توان هزینه کل همه گره ها را تا رسیدن به گره انتهایی (گره چـاه Sink node) محاسـبه کـرده و حـداقل هزینه را بدست آورد. با داشتن این هزینه حداقل بسادگی می توان از گره چاه به عقب برگشته و مسیر مورد نظر را تا گره منبـع دنبال کرد و جواب مسئله مورد نظر را بسادگی وباسرعت و کارایی بالا بدست آورد.

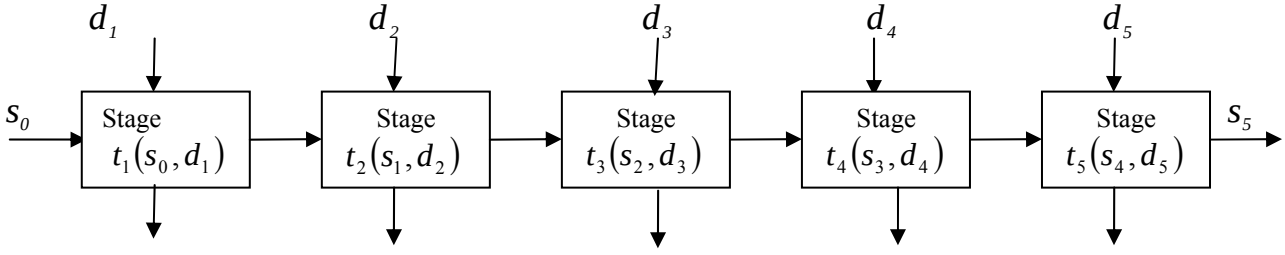
مسائل برنامه ریزی پویا همانگونه که مشاهده شد دارای برخی از ویژگیهای شبکه هاست که قبلا مورد بحث قرار گرفـت. ایـن ویژگیها عبارتند از:

۱) فعالیت Aشروع فرآیندبوده وفعالیتB نمی تواند قبل از تکمیل فعالیت A آغاز شود.
۲) شبکه سیاستهای شدنی نیز بر اساس همین ویژگی تعاقبی و سریالی فعالیت ساخته شد.
۳) الگوریتم حل و تحلیل مسئله تیر از همین ویژگی سرمایه تبعیت می کرد.

روش فوق برای حل مسئله مورد نظر بسیاری از ویژگیهای برنامه ریزی پویا را به نمایش می گذارد که در صورت تعمیم مفاهیم مورد استفاده در آن می توان آن را برای مسائل دیگر نیز بکار برد.

تعمیم روش شبکه ای – برنامه ریزی پویا

در مثال قبل یک سیستم سریالی ۵ مرحله ای مورد مطالعه قرار گرفت که در آن فعالیتها بوسیله حـروف A تـا E نشـان داده شدند. در واقع استفاده از اعداد برای مراحل بسیار ساده تر و مناسبتر است. در حالت کلی یک سیستم سریالی مثلا ۵ مرحلـه ای را می توان بصورت زیر نشان داد.



هر یک $r_5(s_4,d_5)$ یله یـک $r_4(s_3,d_4)$ ـان دا $r_3(s_2,d_3)$ مراحـل بـ $r_2(s_1,d_2)$ ـی و بوسـ $r_1(s_0,d_1)$ ـام متغیـر حالت(State Variable) به یکدیگر متصل می شوند. مقدار متغیر حالت در گذر از مراحل مختلف تغیر می نماید. مقدار اولیه آن $s_\circ$ بوده ودر گذر از مرحله اول بواسطه تصمیماتی که اخذ می شود (d_1) مقدار خروجی آن که معـرف وضـعیت خروجـی از مرحله یک است برابر با s_1 می شود. تغییرات مقدار متغیر حالت بوسیله تابعی بنـام تـابع انتقـالی $t_1(s_\circ,d_1)$ (Transition Function) تعریف می شود بطوریکه

$$s_1 = t_1(s_\circ,d_1)$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

بعبارت دیگر مقدار وضعیت خروجی از مرحله یک، s_1 ، تابعی است از مقدار وضعیت ورودی s_0 به مرحله ۱ و تصمیماتی که در مرحله یک گرفته می شود. در نتیجه تصمیمات متخذه d_1 و نیز تغییراتی که در متغیر حالت s رخ می دهد هزینه هایی را به ما تحمیل می کند. این هزینه $r_1(s_0, d_1)$ تابعی از وضعیت ورودی مرحله ۱ و تصمیمات گرفته شده در این مرحله است.

حال s_1 یعنی وضعیت خروجی از مرحله یک بعنوان وضعیت ورودی مرحله دوم بشمار رفته و بهمین ترتیب داریم

$$\begin{cases} s_2 = t_2(s_1, d_2) \\ r_2(s_{i,d_2}) \end{cases}$$

در حالت کلی وضعیت خروجی و هزینه برگشتی هر مرحله با رابطه زیر نشان داده می شود:

$$s_i = (s_{i-1}, d_i)$$
$$r_i(s_{i-1}, d_i)$$

حال بمنزله مثالی در این زمینه مسئله مسیر بحرانی حل شده دربخش قبل از طریق ساختن شبکه ها را در نظر بگیرید. با منظور کردن فعالیت ها بعنوان مراحل ۵ گانه دایم.

تعداد هفته هایی که در هر مرحله صرفه جویی می شود	d_i
هزینه متحمل شده در هر مرحله	r_i
متغیر حالت– تعداد کل هفته های صرفه جویی شده	s
بدین ترتیب قبل از ورود به مرحله اول	$s_0 = 0$
بعد از خاتمه مرحله اول	$s_1 = t_2(s_0, d_1) = s_0 + d_1$
خاتمه مرحله دوم	$s_2 = t_2(s_1, d_2) = s_1 + d_2$

بدین ترتیب می توان مقدار متغیر حالت را از ابتدا تا به انتها محاسبه کرد. در این مثال مقدار متغیر حالت پس از خاتمه مرحلـه ۵ باید برابر ۳ باشد

$$S_5 = 3$$

بدین ترتیب مشاهده می شود که ساختار تعریف شده برای مسئله برنامه ریزی پویا دقیقا بر مسئله حل شده قبلی منطبق است. در واقع در مسئله قبلی، مجموعه خطوطی که گرههای ستونهای پنج گانه را بهم متصل می نمود، نمودار متغیر حالت مسئله می باشد. در هر ستون، هر گره نمودار یکی از مقدارهای ممکنه این متغیر حالت می باشد. بدین ترتیب روش شـبکه ای قبـل را در واقع می توان روشی برای حل مسائل برنامه ریزی پویا دانست که در آن همه مقادیر ممکنه متغیـر حالـت پـس از خاتمـه هـر مرحله مورد بررسی قرار می گیرد. مثلا پس از خاتمه مرحله یک بسته به تصمیمات اتخاذ شده در این مرحله داریم

$$S_1 = S_O + d_1 \begin{cases} 0+0 = 0 \\ 0+1 = 1 \\ 0+2 = 2 \\ 0+3 = 3 \end{cases}$$

حال مقادیر هزینه برگشتی به ازای هر یک از تصمیمات فوق محاسبه و ذخیره می شود. بدین ترتیب داریم.

$$r_1 = \begin{cases} 0 \\ CA1 \\ CA2 \\ CA3 \end{cases}$$

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

حال مرحله دوم را در نظر می گیریم. در این جا مقدار وضعیت ورودی می تواند ۴ مقدار مختلف داشته باشد (S_1) و همچنین متغیر وضعیت خروجی نیز می تواند دارای چهار مقدار $S_2 = 0,1,2,3$ باشد. حال مثلا $S_2 = 3$ را در نظر بگیرید. چهار گزینه مختلف برای حصول $S_2 = 3$ وجود دارد که هر یک از آنها مربوط به یکی از مقادیر ممکنه وضعیت ورودی $S_1(3,2,1,0)$ می باشد. در این جا مقدار هزینه برگشتی کل حاصل از هر یک از این چهار گزینه را حساب کرده و کمترین آنها را بعنوان هزینه برگشتی مربوط به وضعیت خروجی $S_2 = 3$ منظور میکنیم.

$$C_{s_i=3} = min\begin{cases} C_{s_1=3} + 0 \\ C_{s_1=2} + CB1 \\ C_{s_1=1} + CB2 \\ C_{s_1=o} + CB3 \end{cases}$$

علیرغم این که روش فوق از روش شبکه ای بکار گرفته شده در حل مثال قبل گرفته شده ولی برای اعمال آن نیازی به شبکه نبوده و از آن می توان برای حل هر گونه مسئله سریالی استفاده کرد.

الگوریتم تشریح شده در فوق را می توان با استفاده از رابطه برگشتی(recurrence relationship) زیر نشان داد

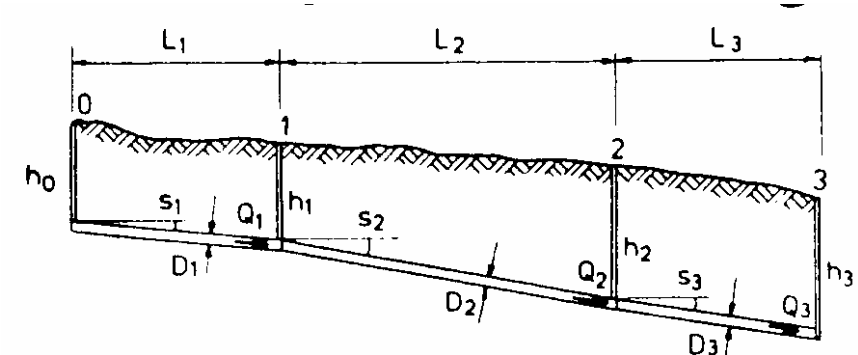
$$c_{si} = min(or\ \ max)\ \ \left(\forall_{s_{i-1}}, \forall_{si}\right)\left\{c_{s_{i-1}} + r_i\left(s_{i-1}, d_i\right)\right\}\forall_i$$

که در آن

هزینه برگشتی کل در مرحله	c_{si}
متغیر حالت	$s_i = t_i\left(s_{i-1}, d_i\right)$
هزینه برگشتی هر مرحله	$r_i\left(s_{o-1}, d_i\right)$
تصمیمات متخذه در هر مرحله	d_i

طراحی فاضلابرو

این مسأله نیز همانند مثال قبلی مسأله‌یی از نوع غیرعددی است. هدف از بررسی این مثال نشان دادن امکان استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا برای بهسازی روش‌های سنتی و دستی طراحی جهت دستیابی به طرح‌هایی با هزینه کمینه است. شکل زیر پروفیل طولی فاضلابرویی زیرزمینی را نشان می‌دهد . هر یک از قطعات فاضلابرو امکان ورود فاضلاب و آب باران را در تعدادی از نقاط آن فراهم می‌کنند. جریان فاضلاب در داخل لوله‌ها از نوع جریان‌های ثقلی با سطح آزاد است که فاضلاب را به سمت پایین‌دست هدایت می‌کند. تعداد مناسبی از آدم‌روها نیز برای فراهم‌آوردن امکان بازبینی و تعمیرات و نگهداری فاضلابرو در طول آن پیش‌بینی شده است. در این مثال محل آدم‌روها و در نتیجه طول هر یک از قطعات فاضلابرو ثابت و معلوم فرض شده است. چنین حالتی بطور معمول در طراحی فاضلابروهای مناطق شهری که موقعیت خیابان‌ها و ساختمان‌ها نقش اصلی را در تعیین محل آدم‌روها ایفا می‌کنند اتفاق می‌افتد. شیب و قطر هر یک از قطعات ثابت و تغییر آنها تنها در محل آدم‌روها امکان‌پذیر است. برای جلوگیری از آسیب‌دیدگی لوله‌ها، فاصله‌ی آنها از سطح زمین نباید از مقدار مشخصی کمتر باشد .



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

طراحی چنین فاضلابرویی مستلزم یافتن مقادیر مناسب برای قطر، شیب و عمق هر یک از قطعات فاضلابرو است. در صورتی که طول فاضلابرو زیاد و تعداد آدم‌روها و در نتیجه قطعات فاضلابرو زیاد باشد، طراحی آن مستلزم تصمیم‌گیری‌های زیادی است. علاوه بر این انتخاب نامناسب پارامترهای هر یک از قطعات به طرحی با هزینه اجرایی بالا منجر می‌شود. در حالت کلی طراحی چنین فاضلابرویی از طریق تقسیم‌بندی آن به قطعات کوچکتر و سپس طراحی جداگانه هر یک از این قطعات صورت می‌گیرد. بدین ترتیب طراحی چنین سیستمی به طراحی مجموعه‌یی از قطعات کوچکتر تبدیل می‌شود.

روش کار بطور معمول به صورتی است که در پی می‌آید. طراح ابتدا قطعه‌یی از فاضلابرو را که بین دو آدم‌روی اول – واقع در بالادست سیستم – قرار گرفته است طراحی می‌کند. بدین منظور طراح ابتدا حداکثر دبی محتمل را که در این قطعه از فاضلابرو جاری خواهد شد برآورد و سپس کمترین شیب و عمق ممکن را به گونه‌یی که عمق لوله کمتر از عمق مجاز نشود، انتخاب می‌کند. طراح با معلوم بودن شیب و عمق لوله می‌تواند قطر لوله را محاسبه کند. محاسبه‌ی قطر لوله بطور معمول از طریق آزمون و خطا صورت می‌گیرد، که در آن طراح با شروع از کوچکترین قطر و سپس افزایش آن، قطری را که در شرایط کاملاً پر قادر به عبور دبی طراحی Q_1 با سرعتی بین سرعت‌های کمینه و بیشینه مجاز باشد، می‌یابد. در این مرحله طراحی قطعه‌ی اول پایان می‌پذیرد و سپس طراحی قطعه‌ی دوم مد نظر قرار می‌گیرد. شیب قطعه‌ی دوم نیز در حالی که ابتدای آن بر انتهای قطعه اول منطبق است، به گونه‌یی انتخاب می‌شود که تا حد ممکن به سطح زمین نزدیک باشد. پس از آن حداکثر دبی محتمل Q_2 برآورد و سپس قطر لوله، کوچکترین قطری که دبی Q_2 را با سرعتی قابل قبول عبور دهد، همانند قبل محاسبه می‌شود. قطعه‌ی سوم و سایر قطعات بعدی نیز به روشی همانند طراحی و بدین ترتیب طراحی سیستم فاضلابرو کامل می‌شود.

در این روش همواره سعی می‌شود تا عمق کارگذاری لوله، عمق خاکبرداری مورد نیاز و در نتیجه هزینه‌های عملیات خاکی تا حد ممکن کاهش یابد. بدین ترتیب عمق آدم‌روها و در نتیجه‌ی هزینه اجرایی آنها نیز کاهش می‌یابد. انتخاب کوچکترین قطر شدنی برای لوله‌ها نیز باعث کاهش هزینه‌ی لوله‌ها خواهد شد. بدین ترتیب اساس این روش بر این منطق استوار شده است که هزینه‌ی اجرایی طرح حاصل به دلیل طراحی بهینه‌ی اجزا و قطعات مختلف آن کمینه خواهد بود.

متأسفانه این منطق درستی نیست و به همین دلیل روش مورد نظر همواره به طرحی غیربهینه منجر می‌شود. بدین ترتیب دستیابی به طرح بهینه مستلزم استفاده از روشی متفاوت است .

منطق مورد اشاره بر این فرض استوار شده است که مقدار کمینه حاصل جمع چند جمله مختلف برابر حاصل جمع مقادیر کمینه این جملات است. این فرض را می‌توان به صورت ریاضی زیر نشان داد:

$$Min\{\sum_{i=1}^{N} t_i\} = \sum_{i=1}^{N} Min(t_i)$$

در واقع رابطه‌ی بالا در صورتی درست است که جملات $t_i;\ i=1,\ldots N$ از یکدیگر مستقل باشند. بدین ترتیب برای اینکه روش مورد استفاده در طراحی فاضلابرو مثال بالا معتبر باشد، فرآیند طراحی هر یک از قطعات فاضلابرو باید مستقل از سایر قطعات باشد. از آنجا که محل قرارگیری ابتدای هر یک از قطعات فاضلابرو در واقع وابسته به محل قرارگیری انتهای قطعه قبلی است، چنین استقلالی وجود ندارد. بدین ترتیب طراحی هر یک از قطعات فاضلابرو در واقع تابعی از طرح بدست آمده برای قطعات قبلی است. به عبارت دیگر فرآیند طراحی این مسئله چنان است که در آن:

$$Min\{\sum_{i=1}^{N} t_i\} \neq \sum_{i=1}^{N} Min(t_i)$$

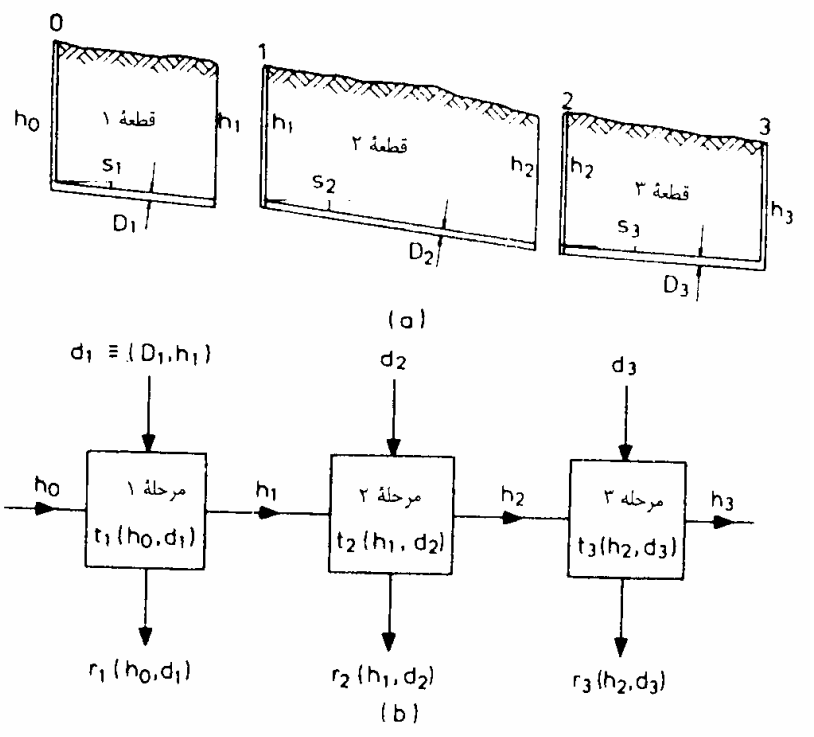
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

بدین ترتیب فرض اینکه چنین روشی به طرحی بهینه برای هر یک از قطعات فاضلابرو منجر می‌شود نیز زیر سؤال است. در روش سنتی دستی، ابتدا مقادیر عمق و شیب لوله انتخاب و سپس کمترین قطر لوله مناسب و شدنی برای عمق و شیب انتخاب شده محاسبه می‌شود. در حالی که افزایش شیب لوله و در نتیجه آن افزایش هزینه عملیات خاکی به کاهش قطر لوله شدنی و در نتیجه کاهش هزینه لوله منجر می‌شود. در برخی موارد انتخاب شیب بیشتر ممکن است به هزینه کل کمتری منجر شود که در این صورت طرح حاصل از بکارگیری روش سنتی دستی برای هر یک از قطعات فاضلابرو نیز بهینه نخواهد بود. بسیاری از مهندسین طراح معتقدند که استفاده از روش متداول سنتی دستی به ارزانترین طرح ممکن منجر می‌شود. مثال شرح داده شده در این فصل به همراه توضیحات نسبتاً مفصل ارایه شده در مورد آن، نشان می‌دهد که چنین تصوری بی‌اساس است. علاوه بر این مثال مورد اشاره چگونگی استفاده از روش DP را برای طراحی بهینه‌ی فاضلابروها نشان می‌دهد.

برنامه‌ریزی پویا و طراحی فاضلابرو

فرآیند شرح داده شده در مورد طراحی فاضلابروی زیرزمینی، آشکارا نمونه‌یی از فرآیندهای سریالی است. در این روش طراحی فاضلابرو از طریق طراحی مرحله به مرحله‌ی اجزای مختلف آن و با شروع از بالا دست و ادامه به سمت پایین دست صورت می‌گیرد. بسادگی می توان مشاهده کرد که این مسأله در مقایسه با سایر مثال‌های مطرح شده در این فصل، نمونه‌ی مناسبتری برای نشان دادن سودمندی روش برنامه‌ریزی پویا در زمینه طراحی مهندسی است. در روش دستی، هر یک از قطعات فاضلابرو فقط یکبار طراحی می‌شوند و لذا طرح حاصل علیرغم بهینه بودن هر یک از قطعات بهینه نخواهد بود. این روش، احتمالی را که در آن طراحی گران‌تر یکی از قطعات ممکن است زمینه طراحی ارزانتر همه‌ی قطعات پایین‌دست را فراهم کند در نظر نمی‌گیرد. روش برنامه‌ریزی پویا این امکان را از طریق منظور کردن چندین طرح مختلف – بجای طرحی منحصر بفرد – برای هر یک از قطعات فاضلابرو فراهم می‌کند و سپس ترکیب مناسبی از طرح‌های مختلف را به گونه‌یی که هزینه‌ی تجمعی کل آنها کمینه شود پیدا می‌کند.

شکل زیر پروفیل طولی فاضلابرو شکل قبلی را – که در اینجا به دنباله‌یی از قطعات کوچکتر تقسیم شده است – نشان می‌دهد. هر یک از این قطعات نمایشگر یکی از مراحل فرآیند DP است. هر یک از قطعات مورد اشاره در بردارنده آدم‌رو بالادست و قطعه‌یی از فاضلابروی واقع در بین دو آدم‌روی متوالی و سرانجام حجم خاک بالای لوله است .



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

– نمایش سریالی طراحی فاضلابرو

اگر هر یک از قطعات نشان داده شده در شکل بالا نمایشگر یکی از مراحل فرآیند DP باشند، در این صورت عمق دو انتهای هر یک از لوله‌ها ، h ، نمایشگر متغیر حالتی خواهد بود که مراحل مورد اشاره را به هم مربوط می‌کند. این واقعیت که قطعات متوالی فاضلابرو از طریق عمق h لوله به هم وابسته‌اند قبلاً نیز مورد توجه قرار گرفته بود. بدین ترتیب h_0 نمایشگر حالت آغازین h_1 ، حالت خروجی از مرحله ۱ و حالت ورودی به مرحله ۲ و غیر آن است. استفاده از روش DP برای حل این مسأله مستلزم انتخاب مجموعه‌یی از مقادیر ممکن گسسته برای متغیر حالت هر مرحله است. هیچیک از مقادیر حالت آغازین و نهایی این مسأله معلوم نیست و در نتیجه باید مجموعه‌یی از مقادیر ممکن را برای هر دوی آنها انتخاب کرد. قطر و شیب لوله نیز نمایشگر متغیرهای تصمیم هر یک از مراحل‌اند. از آنجا که شیب لوله با توجه به معلوم بودن سطح زمین تابعی از مقادیر عمق دو انتهای لوله است، در اینجا از قطر لوله و عمق انتهای پایین‌دست لوله، یعنی (D_i و h_i) ، به منزله متغیرهای تصمیم مرحله i ام استفاده می‌کنیم. هزینه‌ی اجرای هر یک از قطعات فاضلابرو نیز نمایشگر تابع بازگشتی هر مرحله است که باید حاصل جمع آنها را کمینه کرد. شکل (۹–۵ – ب) نشان‌دهنده صورت سریالی مسأله‌ی مورد نظر است.

حل این مسأله از مرحله‌ی ۱ و با منظور کردن مقادیر ممکن گسسته برای h_0 و h_1 شروع می‌شود. پس از آن لوله‌هایی که یکی از مقادیر مشخص h_1 را به هر یک از مقادیر گسسته h_0 مربوط می‌کند، مورد بررسی قرار می‌گیرند و گزینه‌های با عمق یا شیب ناکافی حذف می‌شوند. در این مرحله دبی طراحی Q_1 قطعه مورد نظر برآورد و سپس کوچکترین قطری که امکان عبور دبی مورد نظر Q_1 را با سرعتی قابل قبول از لوله‌های باقیمانده فراهم کند بدست آورده می‌شود . پس از آن هزینه هر یک از این لوله‌ها برآورد و کمترین آنها به منزله‌ی هزینه‌ی دستیابی به مقدار مشخص h_1 منظور می‌شود. این فرآیند عیناً در مورد سایر مقادیر گسسته h_1 تکرار می‌شود .

با خاتمه‌ی مرحله‌ی ۱ و شروع مرحله‌ی ۲ مقادیر گسسته و ممکن h_2 انتخاب می‌شوند. باز هم لوله‌هایی که هر یک از مقادیر h_2 را به مقادیر ممکن h_1 متصل می‌کنند بررسی و سپس لوله‌های نشدنی و غیرعملی حذف می‌شوند. پس از آن کوچکترین قطر D_2 ممکن هر یک از لوله‌های باقیمانده محاسبه و هزینه هر یک از آنها برآورد می‌شود. هزینه تجمعی همه‌ی لوله‌های منتهی به هر یک از مقادیر h_2 از طریق حاصل جمع هزینه‌های مرحله‌ی ۲ و هزینه‌های مربوط به لوله مربوطه h_1 محاسبه و سپس کمترین آنها به منزله‌ی هزینه تجمعی هر یک از مقادیر h_2 منظور می‌شود. محاسبات مراحل بعدی نیز به روشی همانند تا رسیدن به مرحله‌ی نهایی Nام انجام می‌شود. در انتهای مرحله‌ی Nام با تعدادی از مقادیر متغیر حالت نهایی، h_N، و کمترین هزینه‌ی تجمعی دستیابی به آنها مواجه خواهیم بود. اضافه کردن هزینه‌ی آدم‌روی مربوط به هر یک از مقادیر h_N به هزینه تجمعی مربوطه، هزینه‌ی کل دستیابی به هر یک از این مقادیر را بدست می‌دهد. انتخاب کمترین این هزینه‌ها مقدار هزینه‌ی کل سیستم بهینه و مقدار بهینه‌ی حالت نهایی h_N را تعیین می‌کند. مقادیر قطر و عمق بهینه‌ی هر یک از قطعات را نیز می‌توان از طریق فرآیند بازگشتی بدست آورد. فرآیند بازگشتی مورد نظر مقدار بهینه‌ی h_0 و در نتیجه‌ی طرح کامل با هزینه‌ی کمینه را بدست می‌دهد.

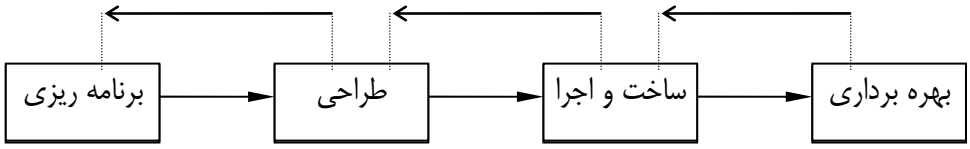
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

برنامه ریزی و کنترل پروژه

پروژه: مجموعه اقدامات و عملیاتی است که زیر نظر یک سازمان و مدیریت مشخص و برای دستیابی به هدف یا اهداف مشخصی در چهارچوب برنامه زمانی و بودجه از پیش تعیین شده انجام میشود.

مراحل پروژه:

- برنامه ریزی (بررسی و تعریف،امکان سنجی و ارزیابی و انتخاب)
۲- طراحی (خرد، کلان)
۳- ساخت و اجرا (نصب و راه اندازی)
۴- بهره برداری



مدیریت پروژه: فرآیندی که برنامه ریزی و هدایت مراحل مختلف پروژه را جهت دستیابی به اهداف پروژه بر عهده دارد. این فرآیند دارای سه مرحله زیر است.

۱- برنامه ریزی
۲- اجرا
۳- ارزشیابی و کنترل

برنامه ریزی و کنترل پروژه: بخشی از فرآیند مدیریت پروژه است که وظیفه تهیه و گرداوری اطلاعات مراحل مختلف پروژه و تحلیل و پردازش انها جهت تصمیم گیری مقتضی توسط مدیریت پروژه را بر عهده دارد. فهرست زیر برخی از سوالات و تصمیماتی را که تیم برنامه ریز و کنترل پروژه عهده در پاسخ گویی به آنهاست را نشان میدهد.

۱- زمان تکمیل پرو ژه ؟
۲- تکمیل پروژه در تاریخ مقرر ؟
۳- آیا تأخیر برخی فعالیتها باعث تأخیر پروژه خواهد شد؟ چه مقدار؟
۴- باحرفه ترین روش تسریع یا جبران تأخیر اجرای پروژه کدام است؟
۵- نحوه تخصیص منابع غیر مصرفی نیروی انسانی تجهیزات و ماشین آلات
۶- نحوه تخصیص منابع مصرفی چون مصالح
۷- تعیین میزان نقدینگی پروژه در مقاطع مختلف

مراحل برنامه ریزی و کنترل پروژه:

فرآیند برنامه ریزی و کنترل پروژه دارای مراحل زیر است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۱- برنامه ریزی و تحلیل (شناخت فعالیتها – تعیین رابطه بین آنها – نمایش نموداری پروژه)
۲- تعیین مدت و منابع و هزینه فعالیت و تعیین هزینه مستقیم اجرای پروژه
۳- زمانبندی پروژه (تعیین زمان کل پروژه) ، تعیین هزینه غیرمستقیم و محاسبه هزینه کل پروژه
۴- تخصیص منابع (مصالح،ماشین آلات، نیروی انسانی) با هدف کاهش زمان یا کاهش هزینه
۵- ارزشیابی و کنترل

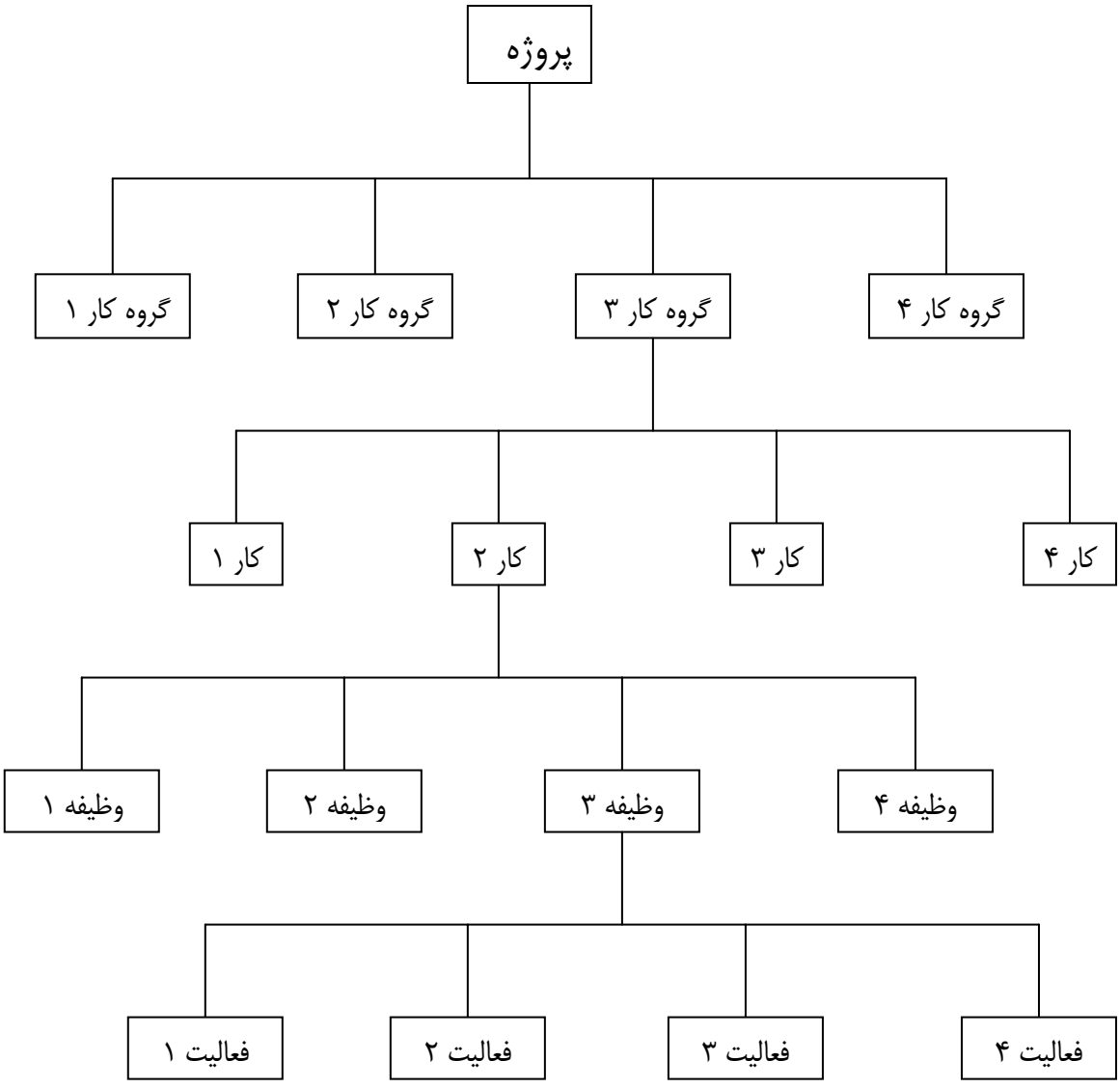
لازم به تذکر است که مراحل ۱ تا ۴ معطوف به مرحله ۱ فرآیند مدیریت پروژه یعنی برنامه ریزی و مرحله ۵ معطوف به مرحله ۳ فرآیند مدیریت پروژه یعنی ارزشیابی و کنترل پروژه است.

گام اول: برنامه ریزی و تحلیل
شناخت فعالیتها – تعیین رابطه بین آنها – نمایش نموداری پروژه

۱-۱- شناخت فعالیتها

فعالیت: اقدام یا عملی که نیازمند یکی از منابع چهارگانه (نیروی انسانی – ماشین آلات – مصالح – زمان) است. هر فعالیت دارای زمان شروع، زمان خاتمه،زمان تداوم فعالیت است.

شناخت فعالیتها مستلزم خرد کردن پروژه به فعالیتهاست. فرآیند خرد کردن پروژه به فعالیتها بصورت سلسله مراتبی و از بالا به پائین صورت میگیرد.



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

معیارهای خرد کردن:

در فرآیند خرد کردن از معیارهای زیر برای تفکیک بین فعالیتها استفاده میکنیم. بر این اساس دو اقدام یا عمل را در صورتی میتوان دو فعالیت مجزا محسوب کرد که حداقل یکی از معیارهای زیر در مورد آنها صدق کند.

۱- تفاوت ماهیت و طبیعت فیزیکی فعالیتها (حفاری و آزمایش چاه)

۲- تفاوت یا تعدد مسئولین اجرا (تقسیم کارهای حجیم به کارهای کوچکتر)

۳- تفاوت یا تعدد محل اجرا (کار واحد در مکانهای مختلف)

۴- تفاوت منابع موردنیاز وکیفیت (بتن ریزی ماشینی ودستی، جوشکاری درجه یک ودو)

۱-۲- شناخت روابط بین فعالیتها:

۱- رابطه فیزیکی (پی کنی و پی ریزی، حفر کانال و سوله گذاری)

۲- رابطه منطقی از مطالعه هر فصل قبل از حل تمرینات آن

۳- رابطه سازمانی (دستور العملها و بخشنامه ها): رابطه ای منطقی از نظرمدیریت سازمانی

۴- رابطه محدودیت منابع (دستگاه بتن ریزی)

جدول روابط بین فعالیتها:

مثال:

K , N پس از M

B پس از N , A

D پس از K , C

کد فعالیت	شرح فعالیت	فعالیتهای قبلی
A	.....	.....
B	.....	N,A
C	.....	.....
D	.....	K,C
K	.....	M
M	.....	.....
N	.....	M

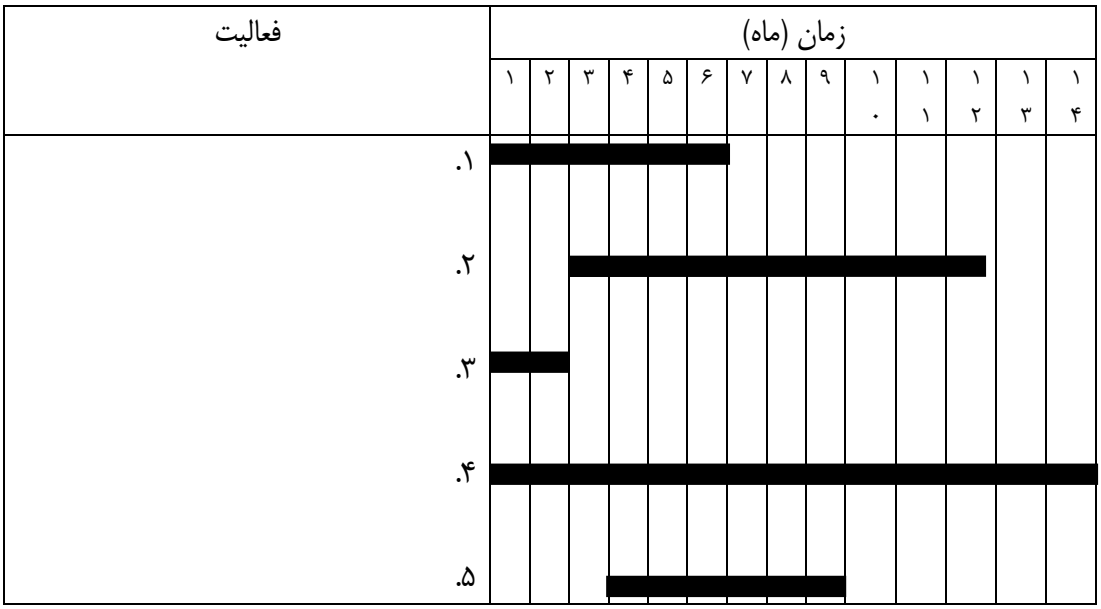
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۱-۳ - نمایش نموداری پروژه:

نمودار پروژه: نموداری است که فعالیتهای پروژه و روابط بین آنها را نشان می دهد. از آنجا که روابط بین فعالیتها در واقع نمایشگر استراتژی اجرای پروژه است لذا نمودار پروژه را میتوان ابزار مفیدی جهت نمایش یکجای فعالیتها و روابط بین آنها و در نتیجه استراتژی اجرایی پروژه بشمار آورد. علاوه بر این نمودار پروژه ابزار مناسبی برای فرآیند تحلیل پروژه و زمانبندی آن جهت یافتن زمان تکمیل پروژه نیز هست اگر چه روشهای غیر نموداری برای این منظور نیز وجود دارد.

روشهای نمایش:

نمودار میله ای یا نمودار گانت (bar chart) : در این روش فعالیت هر فعالیت بصورت یک خط ضخیم با طولی متناسب با زمان تداوم آن نمایش داده میشود.
شکل زیر نمونه ای از این گونه نمودارها را نشان میدهد.



محاسن: سادگی – مناسب برای پروژه های دارایی کارهای تکراری.
معایب: مبهم بودن روابط بین فعالیتها – عدم امکان برآورد تأثیر تأخیر فعالیتها در زمان کل اجرا – پیچیدگی اصلاح نمودار – عدم امکان برآورد زمان خاتمه در مقاطع مختلف اجرای پروژه.

روش شبکه ای:

این روشها را می توان از منظر طبیعت زمان تداوم فعالیتها و در نتیجه زمان تکمیل پروژه به دو دسته کلی زیر تقسیم کرد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۱- روشهای متعین یا قطعی(Deterministic) که در آنها زمان تداوم فعالیتها کمیتی قطعی و غیر احتمالاتی فرض میشود. در این روشها زمان تکمیل پروژه نیز بمنزله کمیتی قطعی محاسبه میشود. روش مسیر بحرانی یا CPM یکی از اینگونه روشهاست.

۲- روشهای احتمالاتی یا غیر قطعی(Probabilistic) که در آنها زمان تداوم فعالیتها کمیتی غیر قطعی و احتمالاتی فرض میشود. در این روشها علاوه بر زمان تکمیل پروژه میزان احتمال تکمیل پروژه در مدت زمان محاسبه شده نیز بدست می آید.

روشهای متعین:

۱- روشهای رویداد مدار: در این روشها اطلاعات مربوط به شبکه از طریق اطلاعات مربوط به رویدادها محاسبه میشود.

۲- روشهای فعالیت مدار: این روشها اطلاعات مربوط به شبکه از طریق اطلاعات مربوط به فعالیتها محاسبه میشود.

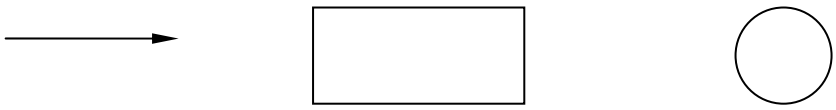
محاسن:وضوح روابط بین فعالیتها – امکان به روز کردن شبکه – سادگی تشخیص فعالیتهای بحرانی و غیر بحرانی – سادگی زمانبندی ، تغییر و اصلاح شبکه

معایب:هزینه بیشتر برنامه ریزی و کنترل پروژه – پیچیدگی روش و نیازمند آموزش دیدن

ما در اینجا از روش قطعی و رویداد مدار برای فرآیند نمایش و زمانبندی پروژه استفاده میکنیم.

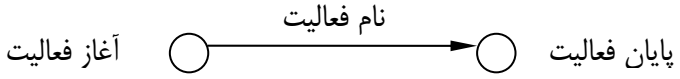
ترسیم شبکه: ترسیم شبکه به منزله ابزاری برای نمایش یکجای فعالیتهای مختلف شبکه با منظور کردن روابط بین آنها مستلزم آشنایی با نحوه نمایش هر فعالیت و چگونگی منظور کردن روابط بین آنهاست.

نمایش فعالیت: ۱- دایره ای ۲- مستطیلی ۳- پیکانی

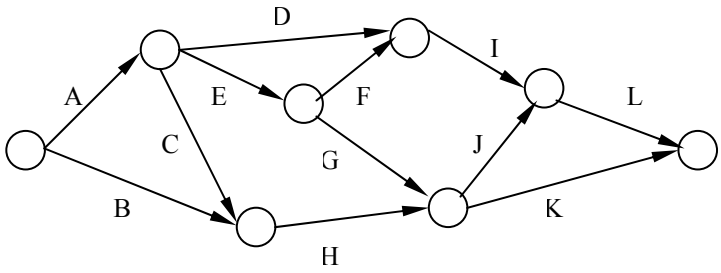


ما در اینجا از روش پیکانی برای ترسیم شبکه استفاده خواهیم کرد.

رویداد (event) :مقطعی از زمان در طول اجرای پروژه است. بر این اساس ابتدا و انتهای هر فعالیت به منزله زمان شروع و زمان پایان فعالیت نمایشگر یک رویداد خواهند بود. روشهای متفاوتی برای نمایش رویداد وجود دارد که ما در اینجا از روش دایره ای بدین منظور استفاده میکنیم.



بر این اساس شبکه پیکانی هر پروژه فرضی را میتوان بصورت مجموعه ای از پیکانها و دوایر در نظر گرفت که روابط بین فعالیتها در آن منظور شده است. شکل زیر نمایشگر نمونه ای از این شبکه هاست.

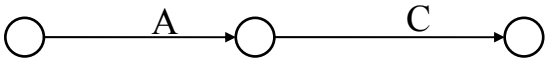


برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

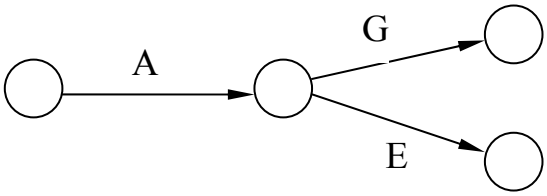
نمایش روابط بین فعالیتها:

در زیر چگونگی نمایش تعدادی از روابط پایه ای بین فعالیتها نشان داده میشود. چگونگی نمایش روابط پیچیده تر را میتوان از ترکیب و تعمیم این روابط نتیجه گرفت.

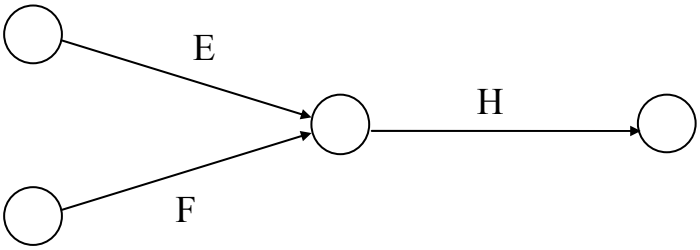
مثال ۱: فعالیت C بعد از A



مثال ۲: فعالیت G , E بعد از A



مثال ۳: فعالیت H بعد از E , F



تنظیم جدول روابط بین فعالیتها: تنظیم جدول بگونه ای که همه فعالیتهای ستون " فعالیتهای قبلی" قبلا در ستون اصلی امده باشند.

مثال:

K , N پس از M - B پس از N , A - D پس از K , C

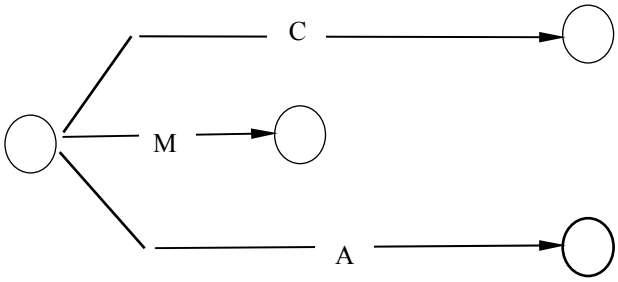
کد فعالیت	شرح فعالیت	فعالیتهای قبلی
A	.....	.....
M	.....	.....
C	.....	.....
N	.....	M
K	.....	M
B	.....	N,A
D	.....	K,C

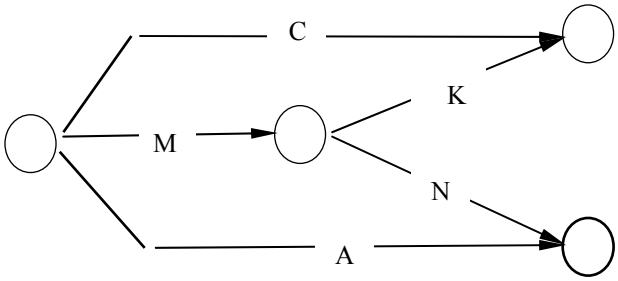
جدول تنظیم شده

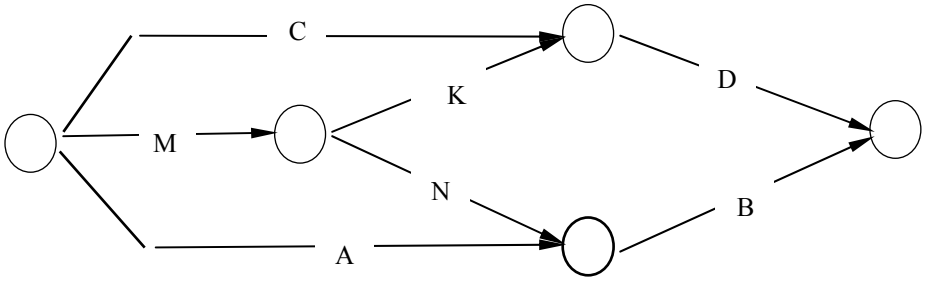
کد فعالیت	شرح فعالیت	فعالیتهای قبلی
B	.....	N,A
D	.....	K,C
K	.....	M
N	.....	M

جدول اولیه

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific







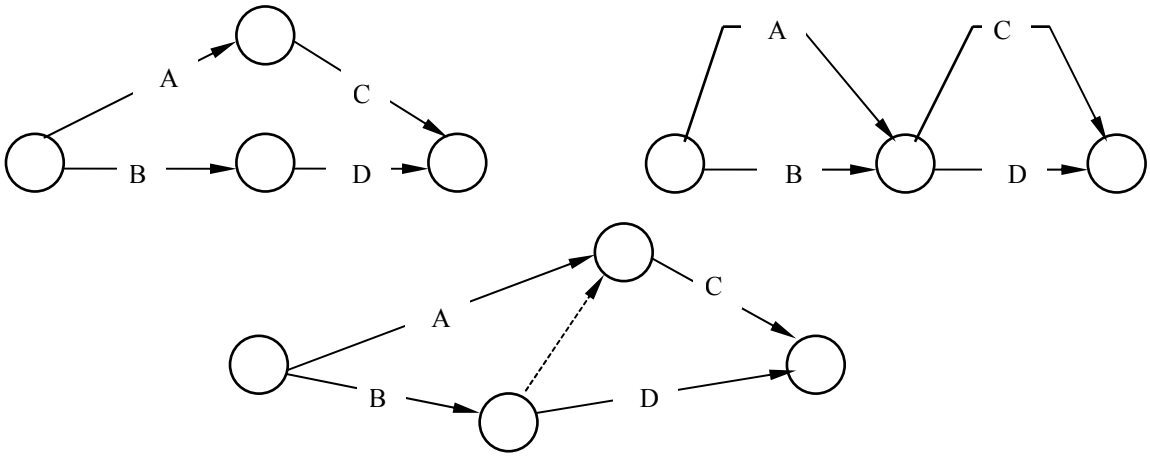
فعالیت مجازی:فعالیتی که نیاز به هیچ منبعی از جمله زمان ندارد.

کاربرد فعالیت مجازی:

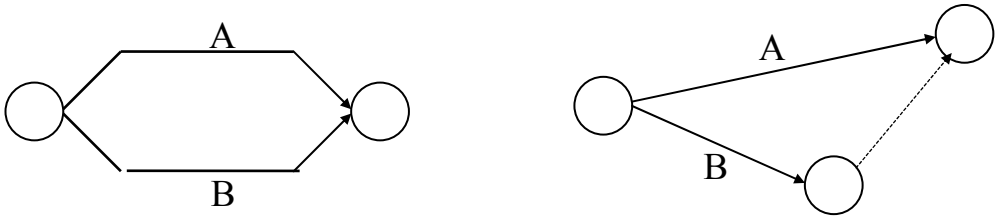
۱) فراهم آوردن امکان برقراری ارتباط بین فعالیتهایی که در غیر این صورت امکان نمایش آنها وجود نخواهد داشت.

مثال: C پس از A و B - D پس از B

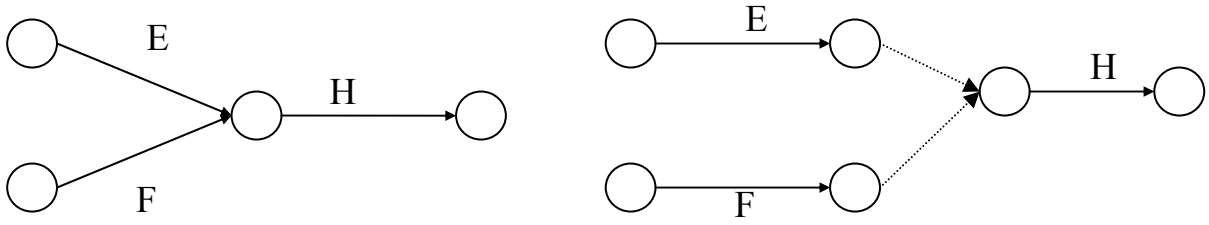
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific



۲) حصول اطمینان از وجود فقط یک فعالیت بین دو رویداد. از آنجا که در مرحله زمانبندی شبکه و بعد از شماره گذاری رویدادهای شبکه هر فعالیت از طریق شماره رویدادهای ابتدا و انتهای فعالیت نشان داده میشود لذا برای منحصر بفرد کردن شماره هر فعالیت باید بین هر دو رویداد فرضی تنها و تنها یک فعالیت قرار گیرد.



فعالیت مجازی علاوه بر کاربردهای بالا ترسیم شبکه ها را تسهیل میکند. بنابر این میتوان در حین ترسیم شبکه ها از فعالیت مجازی فراتر از کاربردهای فوق بهره گرفت و سپس فعالیتهای مجازی اضافی را از شبکه حذف کرد.



در حذف فعالیتهای مجازی باید این نکته را در نظر گرفت که تنها امکان حذف فعالیت مجازی های وجود دارد که از آنها برای تسهیل در برقراری روابط بین فعالیتها استفاده شده است. به عبارت دیگر امکان حذف فعالیتهای مجازی با کاربرد دوم بر اساس تعریف وجود ندارد.

تمرین:

A قبل از N - A,B قبل از C - B قبل از D - D,E قبل از F

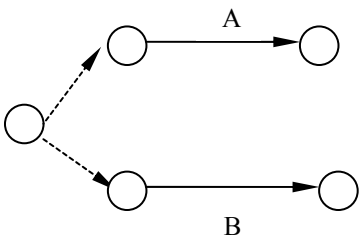
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

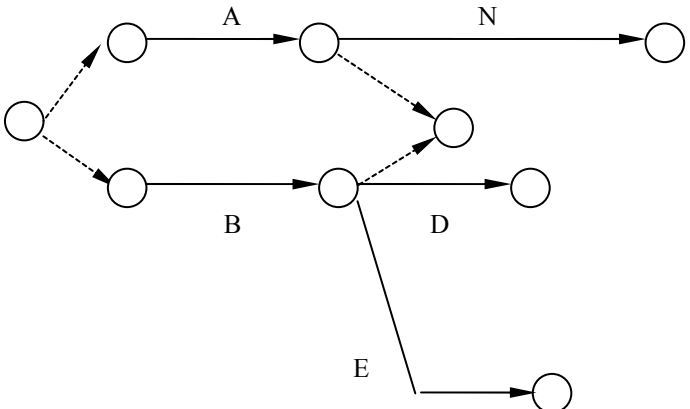
کد فعالیت	شرح فعالیت	فعالیتهای قبلی
A	.....	.....
B	.....	.....
N	.....	A
D	.....	B
E	.....	B
F	.....	D,E
C	.....	A,B

کد فعالیت	شرح فعالیت	یتهای قبلی
N	.....	A
C	.....	A,B
D	.....	B
F	.....	D,E
E	.....	B

جدول تنظیم شده

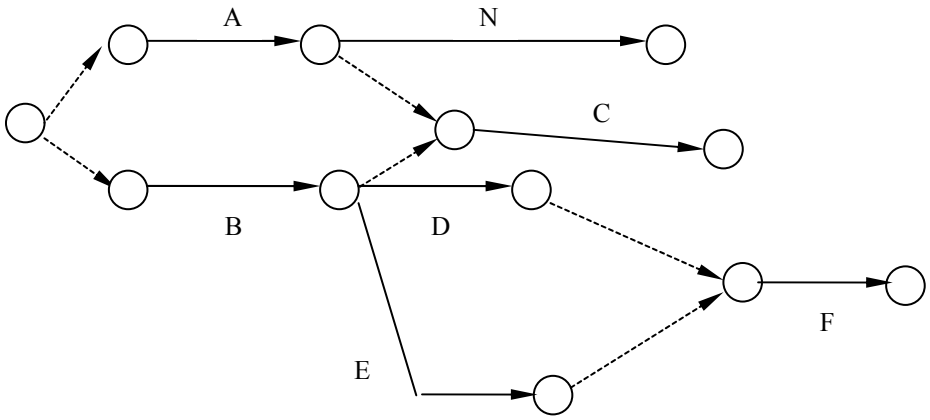
جدول اولیه

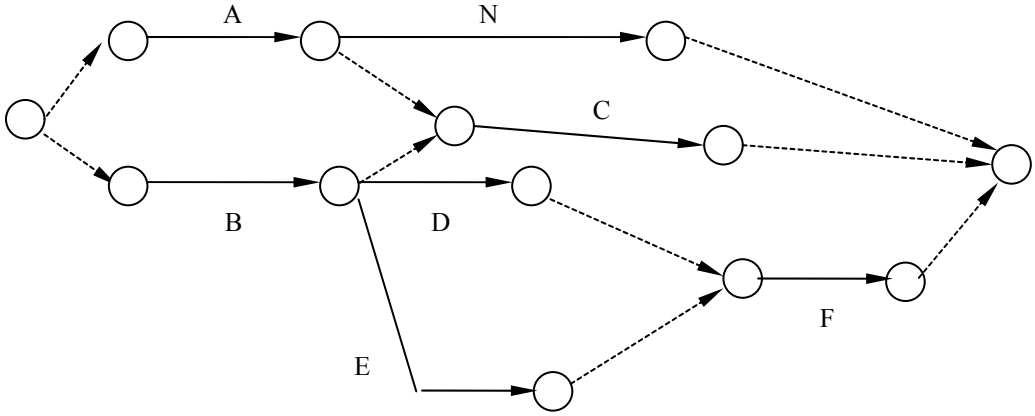




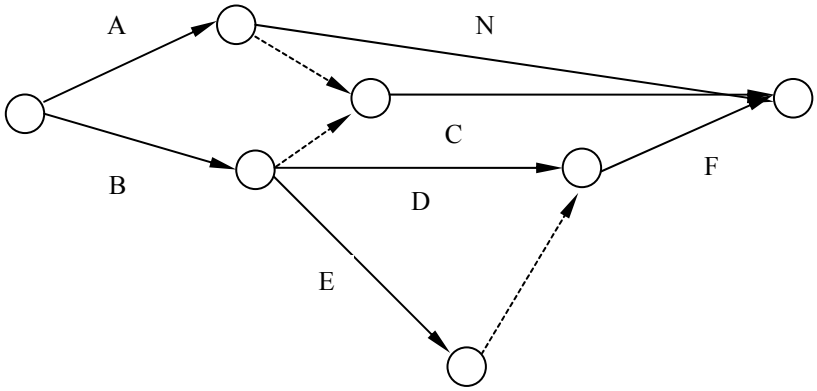
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific





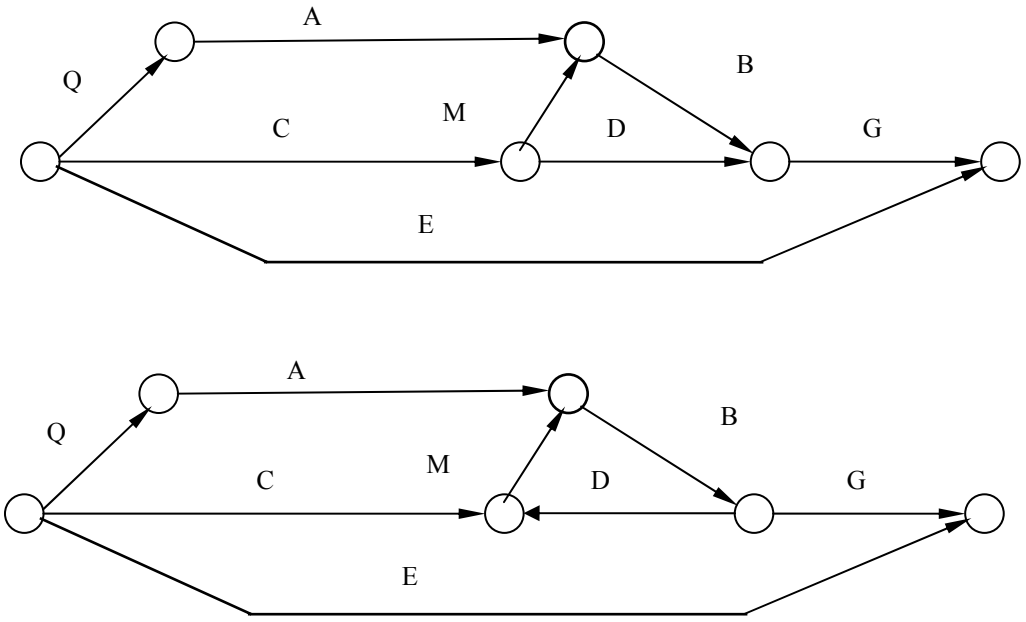
با حذف فعالیتهای مجازی داریم:



حلقه: در ترسیم شبکه ها گهگاه ممکن است با پدیده ای موسوم به حلقه مواجه شویم. حلقه عبارت از مجموعه بسته ای از فعالیتهای شبکه است که پیکانهای آن همگی در جهت یا خلاف جهت عقربه های ساعت قرار گرفته اند. بروز حلقه بسته در شبکه نمایشگر ۱) اشتباه در ترسیم شبکه یا ۲) تعریف روابط غلط بین فعالیتها (استراتژی اجرایی غلط) است.
وجود حلقه در شبکه امکان شماره گذاری رویدادهای آن را که در بخش بعد بررسی خواهد شد از بین میبرد.
مثال:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

Q قبل از A - A,M قبل از B - D,M قبل از C - D,B قبل از G



نکات اساسی در ترسیم شبکه ها:

۱- شبکه باید متناسب با هدفها و انتظارات استفاده کننده از آن (کارفرما،مدیریت طراز اول سازمان، مدیر پروژه، پیمانکار، واحدهای اجرایی) طراحی و تهیه شود. شبکه مورد استفاده برای سطوح مدیریتی بالاتر باید خلاصه تر و کلان تر از شبکه های تهیه شده برای سطوح مدیریتی بپایینتر باشد.

۲- هر فعالیت فقط یک بار و با یک پیکان نمایش داده شود.

۳- پیکانها و دوایر اندازه مناسبی داشته باشند.

۴- از ترسیم پیکانها از راست به چپ خودداری شود.

۵- تا حد ممکن از بروز تقاطع بین فعالیتها اجتناب شود.

۶- هر شبکه بایستی تنها یک رویداد ابتدایی (شروع) و یک رویداد انتهایی (پایانی) داشته باشد.

۷- با حذف فعالیتهای مجازی اضافی تعداد فعالیتهای مجازی موجود در شبکه حداقل شود.

۸- پس از ترسیم شبکه صحت آن را با استفاده از جدول روابط بین فعالیتها وارسی کرد.

۱- ٤- شماره گذاری شبکه:

منظور از شماره گذاری شبکه شماره گذاری رویدادهای شبکه است. این کار همانگونه که قبلاً اشاره شد امکان تعریف هر فعالیت با شماره رویدادهای ابتدا و انتها ی آن را فراهم میکند. این امکان برای استفاده از برنامه های کامپیوتری جهت تحلیل شبکه مفید بلکه ضروریست.

قواعد شماره گذاری:

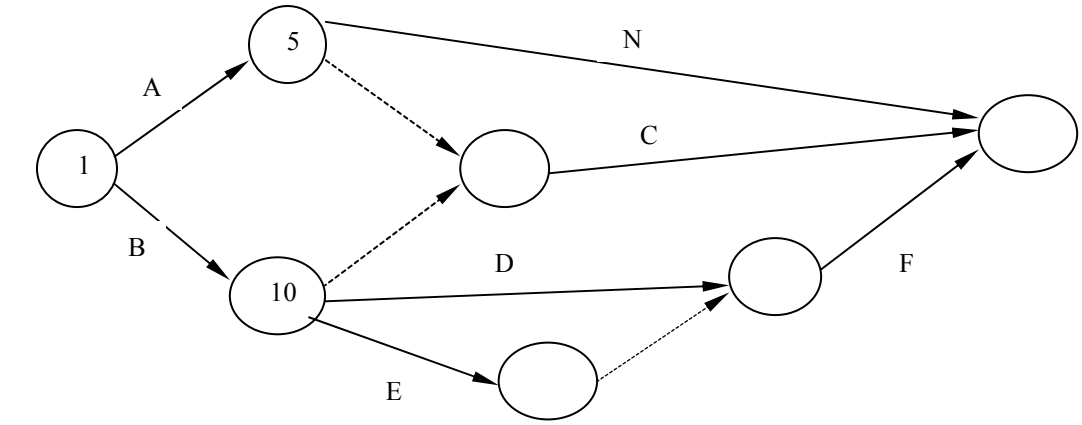
۱- هر رویداد یک شماره منحصر به فرد

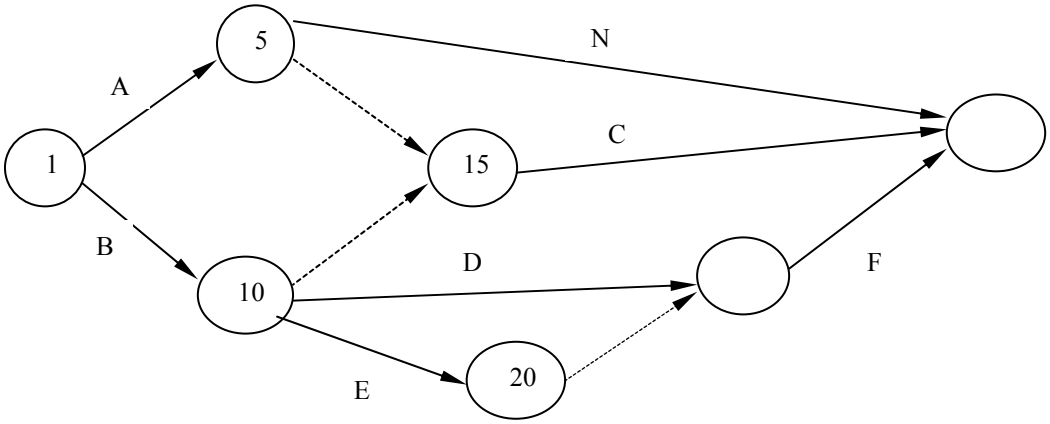
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

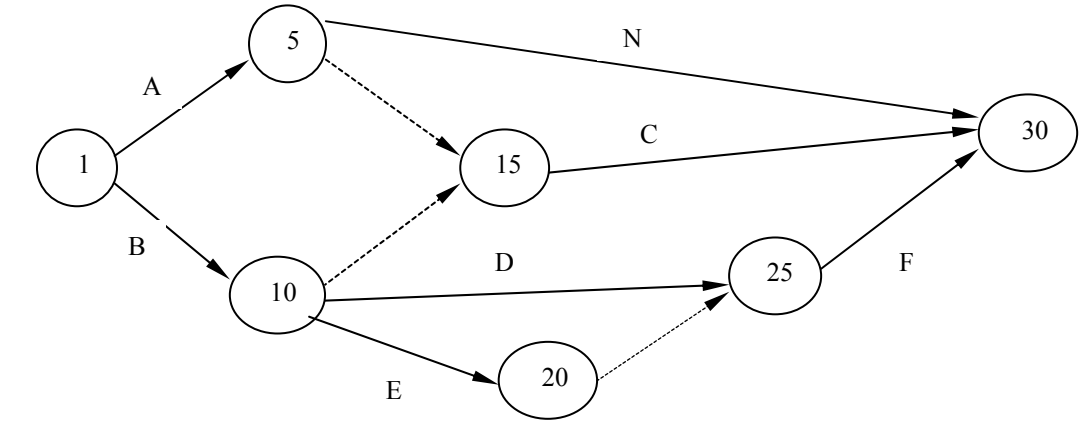
۲- شماره گذاری در جهت جریان شبکه (زمان)
۳- عدم استفاده از اعداد ترتیبی برای شماره گذاری (فراهم بودن امکان اصلاح شبکه)

روش شماره گذاری:

۱) اولین رویداد را شماره گذاری کنید.
۲) در بالاترین مسیر افقی حرکت و به رویداد بعدی برسید.
۳) در صورتی که همه رویدادهای قبلی این رویداد (رویدادهای ابتدایی همه فعالیتهایی که به این رویداد منتهی میشوند) شماره گذاری شده اند، آن شماره گذاری کنید.
۴) مراحل ۲ و ۳ را تا شماره گذاری همه رویدادها تکرار کنید.







برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

گام دوم: شناخت رابطه زمان-منابع-هزینه فعالیتها

هدف این گام تعیین زمان تداوم (و منابع مورد نیاز) و هزینه اجرای همه فعالیتهای شبکه است. این فرآیند مستلزم مراحل زیر است.

۱- تعیین حجم فعالیت

۲- تعیین حجم کار انجام شده توسط یک تیم کاری (ترکیب مناسبی از نیروی انسانی، ماشین آلات) در یک روز

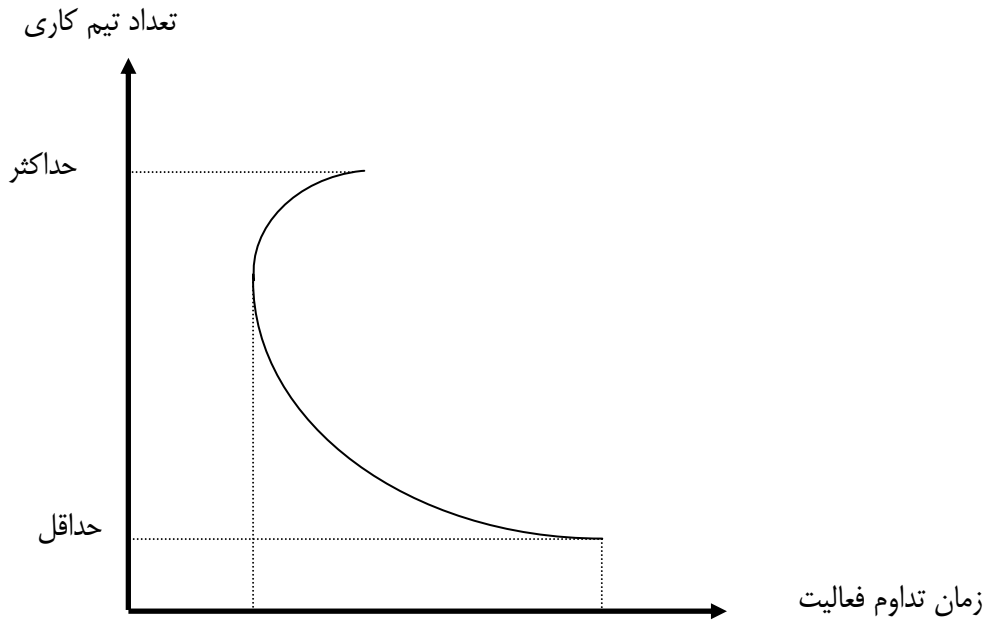
۳- تعیین کمترین و بیشترین تعداد تیم کاری ممکن برای انجام فعالیت

۴- ترسیم منحنی زمان- تعداد تیم کاری برای فعالیت

۵- تخصیص تعداد تیم کاری برای اجرای فعالیت با توجه به استراتژی اجرایی مورد نظر و تعیین زمان تداوم فعالیت

۶- تعیین هزینه اجرایی فعالیت از منحنی زمان – هزینه بازای زمان تداوم محاسبه شده.

منحنی زمان – تعداد تیم کاری فعالیت: تغییرات زمان تداوم با تعداد تیم کاری مجری فعالیت

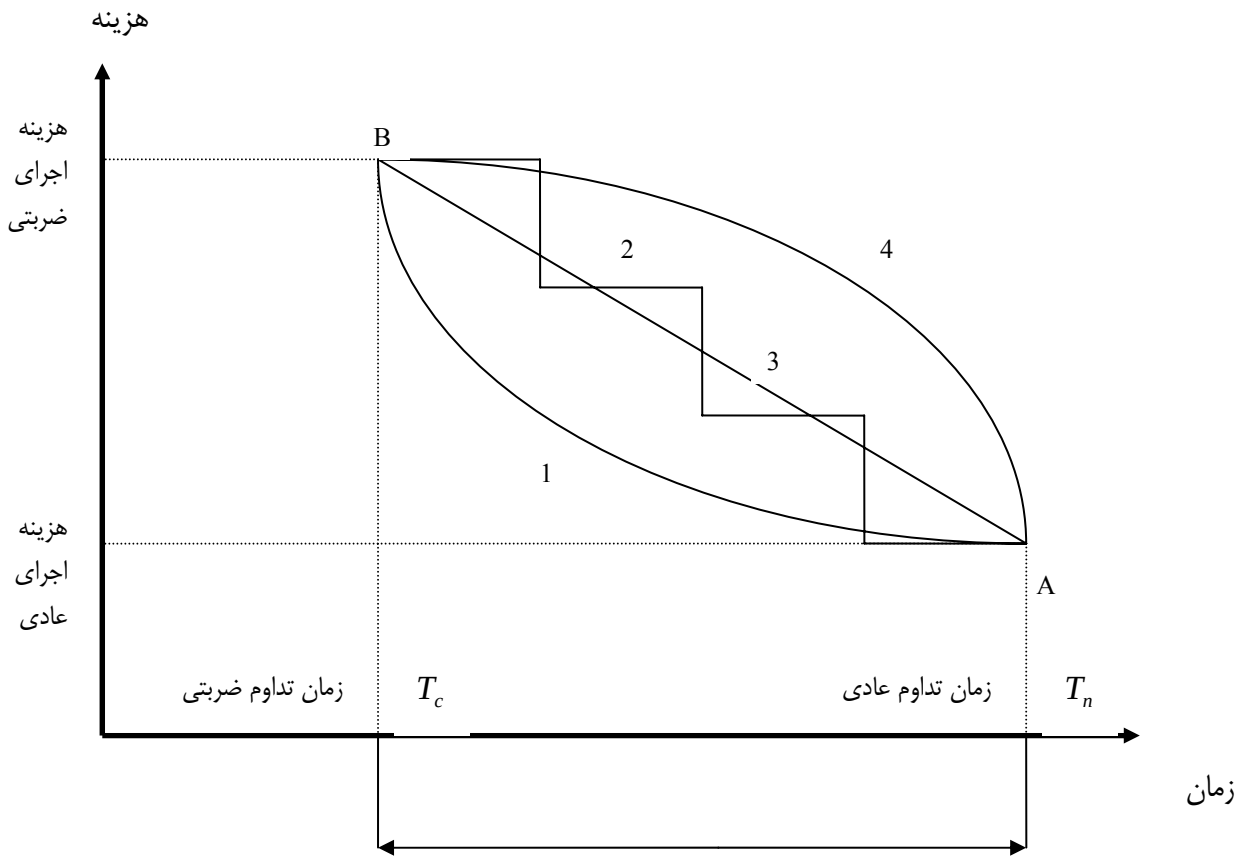


۱) زمان تداوم عادی T_n (ormal زمان تداوم عادی ـ زمان تداوم ضربتی

۲) زمان تداوم ضربتی T_c (rash T_n T_c

منحنی زمان – هزینه فعالیت: تغییرات زمان تداوم با هزینه اجرای فعالیت در فاصله بین زمان تداوم عادی و ضربتی

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific



هزینه پروژه:

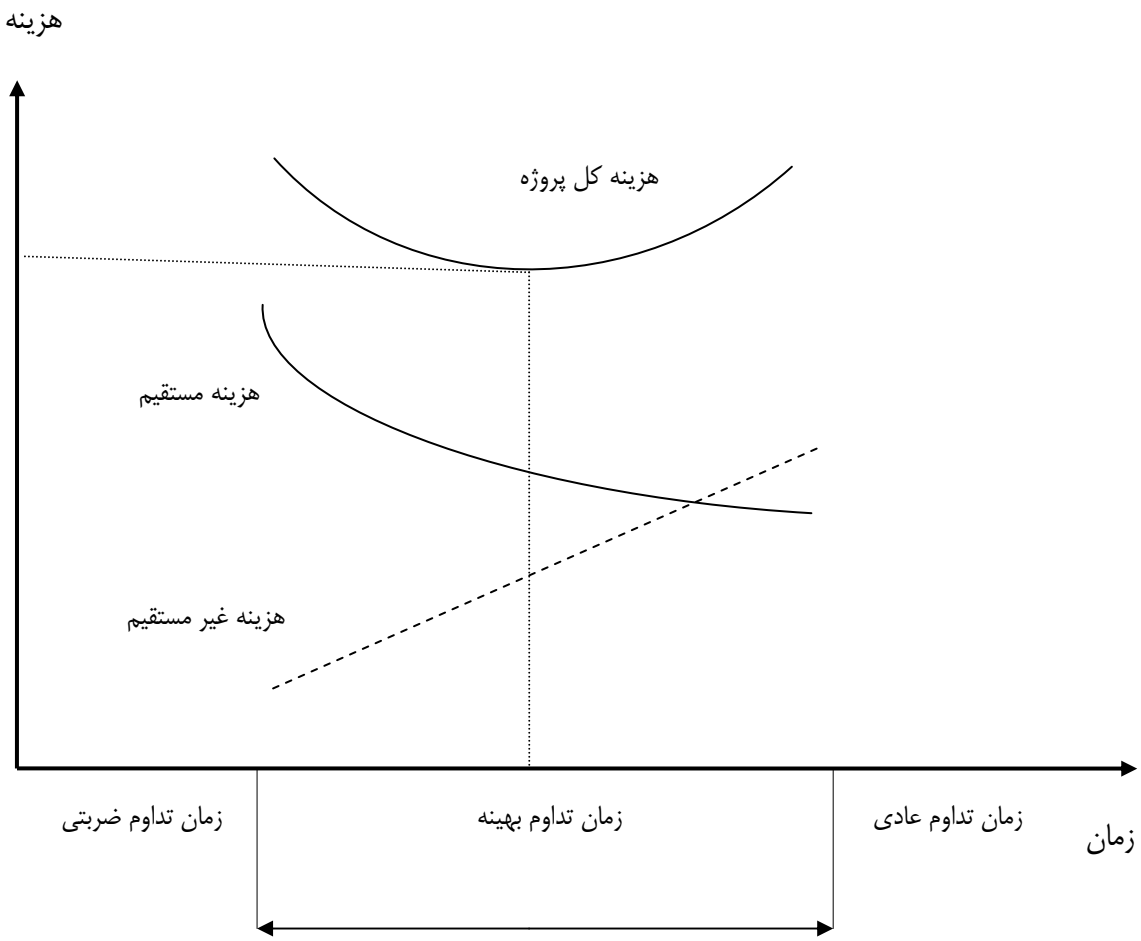
– هزینه مستقیم(direct or Resource Cost) : هزینه های ناشی از مصرف منابع سه گانه نیروی انسانی، تجهیزات و مصالح مورد نیاز اجرای فعالیت که برابر مجموع هزینه تمامی فعالیتهای پروژه است.

– هزینه غیرمستقیم (Indirect Cost) :هزینه های بالاسری که نتوان به یک فعالیت مشخص منتسب کرد. (حقوق مدیر پروژه، کارشناسان، دفتر و اداری، جریمه و غیر آن)

– هزینه کل (Total Cost) : برابر حاصل جمع هزینه های مستقیم و غیرمستقیم پروژه

منحنی زمان – هزینه پروژه: این منحنی نمایشگر تغییرات زمان تداوم پروژه با هزینه اجرای آن در فاصله بین زمان تداوم عادی و ضربتی پروژه است. زمان تداوم عادی پروژه عبارت از زمان تکمیل پروژه است وقتیکه همه فعالیتهای پروژه با زمان تداوع عادی اجرا شوند. به همین ترتیب زمان تداوم ضربتی پروژه عبارت از زمان تکمیل پروژه است وقتیکه همه فعالیتهای پروژه با زمان تداوع ضربتی اجرا شوند. با فرض زمان تداومهای فرضی برای فعالیتهای پروژه میتوان هزینه مستقیم پروژه را بدست آورد. با داشتتن زمان تداوم فعالیتها و استفاده از فرآیند زمانبندی پروژه که در بخش بعد تشریح خواهد شد میتوان زمان اتمام پروژه و با استفاده از آن هزینه غیر مستقیم و سپس هزینه کل پروژه را محاسبه کرد. این زمان تداوم و هزینه کل مربوطه نمایشگر یک نقطه در دستگاه مختصات زمان – هزینه خواهند بود. با تغییر زمان تداوم فعالیتها و تکرار این فرآیند میتوان منحنی زمان – هزینه پروژه را بدست آورد. و سر انجام استراتژی اجرایی را کمترین هزینه را خواهد داشت پیدا کرد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

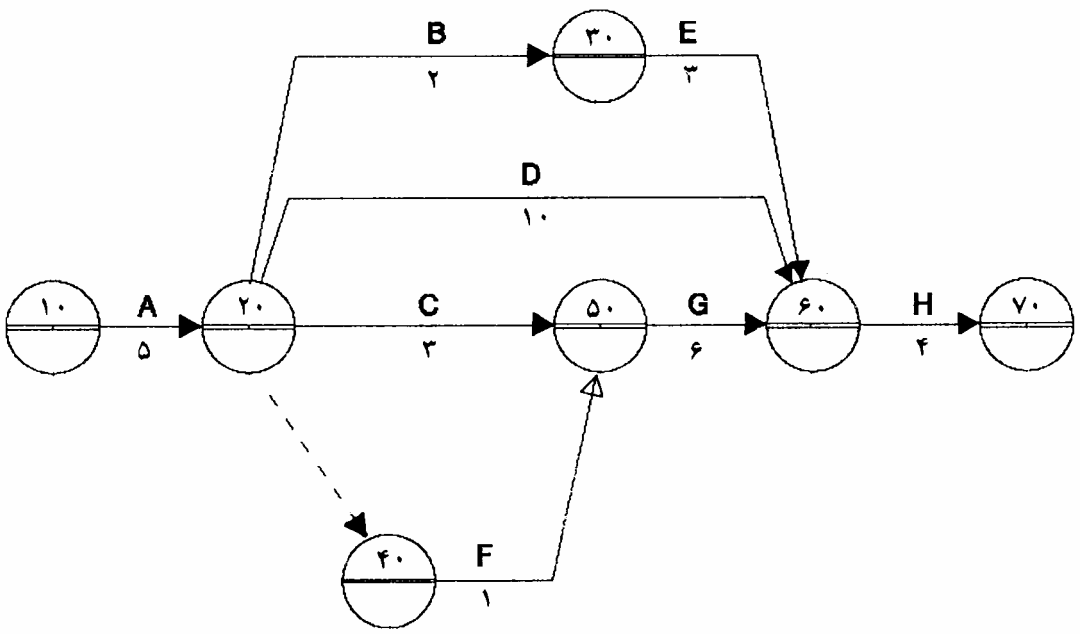


زمان مجاز تداوم پروژه

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

گام سوم: زمانبندی پروژه

زمانبندی پروژه (Scheduling) : هدف اصلی این فرآیند تعیین مدت زمان اجرای پروژه است اگرچه اطلاعات مفید دیگری نیز در نتیجه این فرآیند بدست خواهد آمد. فرض کنید تعیین مدت زمان تکمیل پروژه زیر مد نظر باشد.



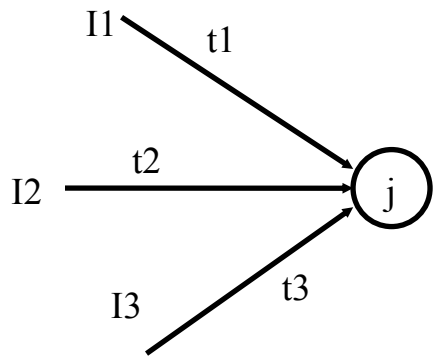
بدیهی است که این پروژه زمانی پایان یافته تلقی مشود که همه فعالیتهای آن انجام شده و همه رویدادهای آن بخصوص رویداد پایانی ۷۰ محقق شده باشد. با توجه به رابطه بین فعالیتها میتوان مشاهده کرد که تحقق رویداد ۷۰ مستلزم انجام همه فعالیتهای واقع بر ۱- مسیر ABEH ۲- مسیر ADH ۳- مسیر ACGH ۴- مسیر AFEH است که بترتیب ۱۴ ، ۱۹، ۱۸ و ۱۶ روز طول میکشد. بدین ترتیب بدیهی است که پروژه نمیتواند زودتر از ۱۹ روز تمام شود. بعبارت دیگر زودترین زمان پایان پروژه و یا باختصار زمان پایان پروژه برابر ۱۹ روز است. بعبارت دیگر زمان اجرای پروژه برابر طولانی ترین مسیر از بین همه مسیرهای ممکن از ابتدا تا انتهای پروژه میباشد. بدیهی که استفاده از این مفهوم برای زمانبندی پروژه های بزرگ وقتگیر خواهد بود. در ادامه روشی نظام مند موسوم به الگوریتم زودترین زمان و دیرترین زمان رویداد ارائه میشود که با استفاده از آن میتوان علاوه بر زمان تکمیل پروژه بسیاری از اطلاعات مفید دیگری را نیز در مورد پروژه بدست آورد.

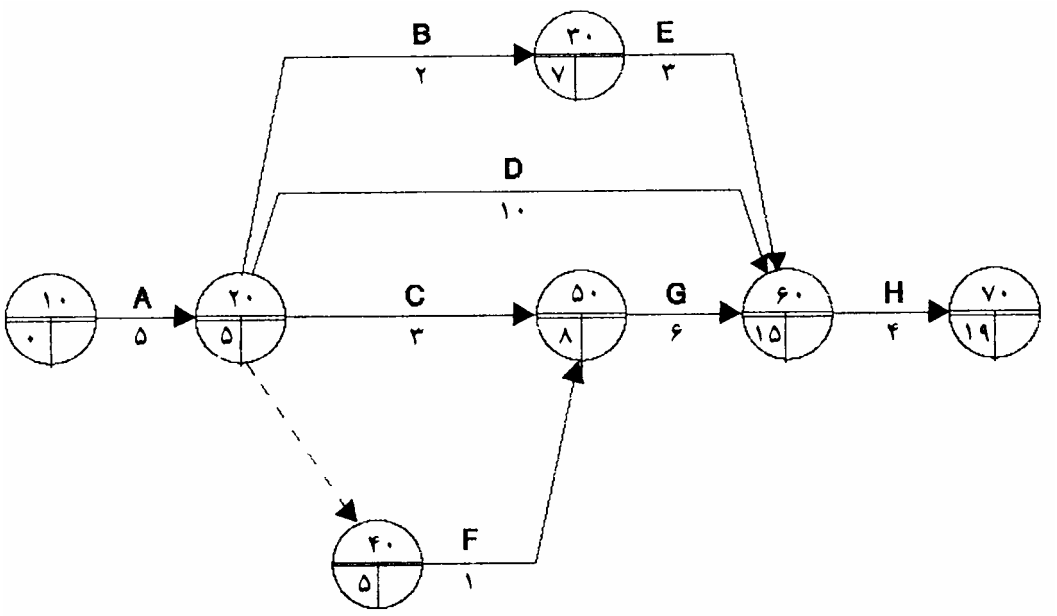
الگوریتم زودترین زمان و دیرترین زمان رویداد:

زودترین زمان رویداد (Earliest event time): زودترین زمانی است که رویداد مورد نظر می تواند اتفاق بیافتد. به عبارت دیگر زودترین زمان رویداد زودترین زمانی است که فعالیتهای منشعب از آن رویداد می توانند شروع شوند.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

$$E_1 = 0$$
$$E_j = Max\left[E_i + t_{ij}\right]$$
$$\forall_{i \to j}$$

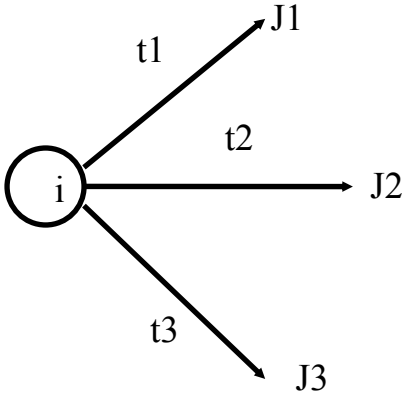




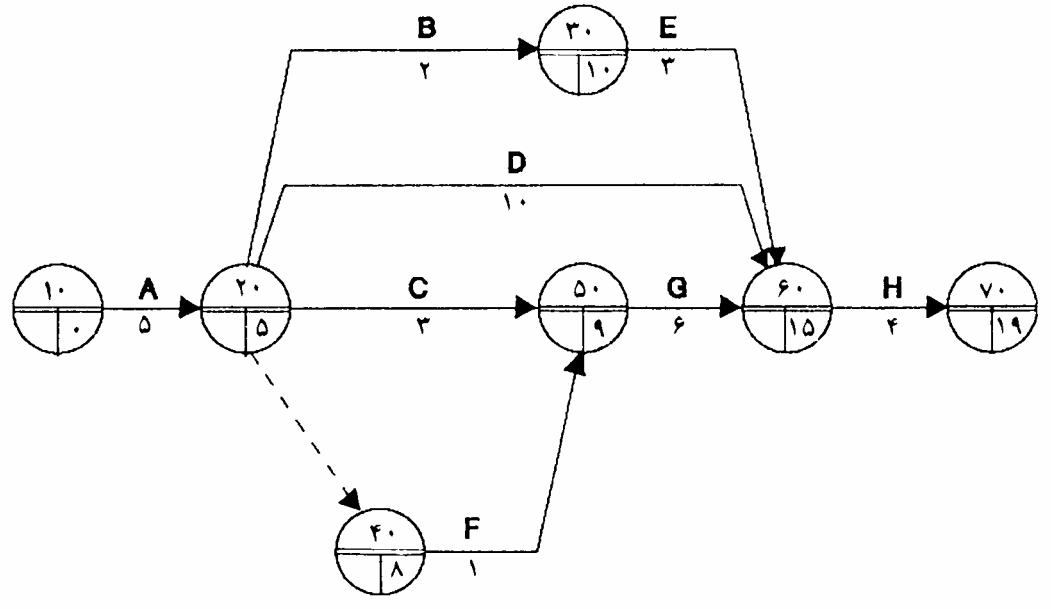
در خاتمه این فرآیند زمان اتمام پروژه برابر زودترین زمان رویداد پایانی پروژه بدست خواهد آمد. بدست آوردن سایر اطلاعات مفید مستلزم استفاده از الگوریتم دیرترین زمان رویداد است.

دیرترین زمان رویداد (Lastest event time): دیرترین زمانی است که رویداد مورد نظر میتواند بدون به تأخیر افتادن پروژه واقع شود. به عبارت دیگر دیرترین زمان رویداد دیرترین زمانی که فعالیتهای منتهی به آن رویداد می توانند بدون به تأخیر افتادن پروژه تمام شوند.

$$L_n = E_n$$
$$L_i = Min\left[L_j - t_{ij}\right]$$
$$\forall_{j \to i}$$



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific



بدست آوردن شناوری رویدادها ، شناوری فعالیتها و سر انجام مسیر بحرانی از نتایج فرآیند زمانبندی پروژه است.

شناوری : (Float)

شناوری رویداد: مدت زمان مجاز تأخیر در وقوع رویداد بدون این که به تأخیر پروژه منجر شود.

شناوری فعالیت: مدت زمان مجاز تأخیر در اتمام فعالیت بدون این که به تأخیر پروژه منجر شود. لازم به تذکر است که تاخیر در اتمام فعالیت میتواند از دو طریق ۱)تاخیر در شروع فعالیت ۲) طولانی شدن زمان اجرای (زمان تداوم) فعالیت صورت پذیرد که اطلاع از این شناوری از منظر دوم آن اهمیت بسیاری دارد.

شناوری فعالیتبر سه نوع زیر است.

شناوری آزاد (Free Float) $FF_{ij} = E_j - E_i - t_{ij}$

شناوری مستقل(IF) $IF_{ij} = E_j - L_i - t_{ij}$

شناوری کل (TF) $TF_{ij} = L_j - E_i - t_{ij}$

رویداد ، فعالیت و مسیر بحرانی:

رویداد بحرانی رویدادی است که شناوری آن صفر باشد.

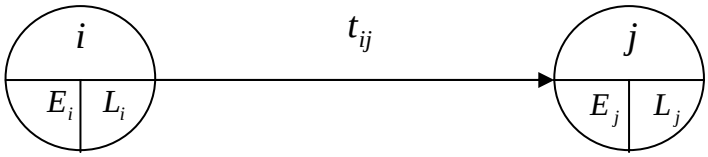
فعالیت بحرانی فعالیتی است که شناوری کل آن صفر باشد. فعالیتی که رویدادهای ابتدا و انتهای آن بحرانی و زمان تداوم آن برابر تفاوت زمان های رویدادها باشد همواره بحرانی است.

مسیر بحرانی عبارت از مسیری از ابتدای پروژه تا انتهای پروژه که همه فعالیتهای بحرانی باشد. هر پروژهای حداقل یک مسیر بحرانی و حداکثر به تعداد مسیرهای موجود در شبکه مسیر بحرانی میتواند داشته باشد.

زمانهای جهار گانه فعالیتها:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

با داشتن زودترین و دیرترین زمان رویدادها میتوان اطلاعات مفید دیگری در مورد فعالیتها موسوم به زمانهای چهارگانه فعالیتها را بشرح زیر بدست آورد.



۱- زودترین زمان شروع EST (Earliest Strat Time): زودترین زمانی است که امکان اجرای فعالیت بوجود میاید. بعبارت دیگر میتوان گفت زودترین زمان شروع زودترین زمانی است که همه فعالیتهای قبلی رویداد شروع فعالیت مورد نظر خاتمه یافته باشند. بر این اساس

$$EST_{ij} = E_i$$

۲- دیرترین زمان شروع LST (Latest Strat Time): دیرترین زمانی است که می توان فعالیت را شروع کرد بدون اینکه پروژه به تاخیر بیافتد. بر این اساس

$$LST_{ij} = L_j - t_{ij}$$

۳- زودترین زمان پایان EFT (Earliest Finish Time): زودترین زمانی است که امکان اتمام فعالیت بوجود میاید. بر این اساس

$$EFT_{ij} = E_i + t_{ij}$$

۴- دیرترین زمان پایان LFT (Latest Finish Time): دیرترین زمانی است که می توان فعالیت را تمام کرد بدون اینکه پروژه به تاخیر بیافتد. بر این اساس

$$LFT_{ij} = L_j$$

جدول مشخصات اجرائی فعالیتها:

پس از زمانبندی پروژه اطلاعات مربوط به فعالیتها شامل شماره رویدادهای ابتدا و انتها، کد فعالیت ، شرح فعالیت ، زمان تداوم فعالیت ، زمانهای چهارگانه فعالیت و سرانجام شناوریهای فعالیت در جدولی موسوم به جدول مشخصات اجرائی فعالیتهای پروژه تنظیم میشود. این جدول راهنمای مفیدی برای مجریان فعالیتهای مختلف پروژه خواهد بود.

شماره رویدادها		کد	شرح	زمان	زمانهای شروع		زمانهای پایان		شناوری	شناوری	شناوری
i	j	فعالیت	فعالیت	تداوم فعالیت	ES	LS	EF	LF	کل	آزاد	مستقل
10	20	A		5	0	0	5	5	0	0	
20	30	B		2	5	8	7	10	3	0	
20	40	.....		0	5	8	5	8	3	0	
20	50	C		3	5	6	8	9	1	0	
20	60	D		10	5	5	15	15	0	0	
30	60	E		5	7	10	12	15	3	3	
40	50	F		1	5	8	6	9	3	2	
50	60	G		6	8	9	14	15	1	1	
60	70	H		4	15	15	19	19	0	0	

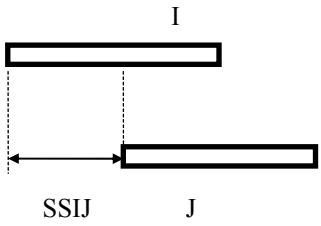
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

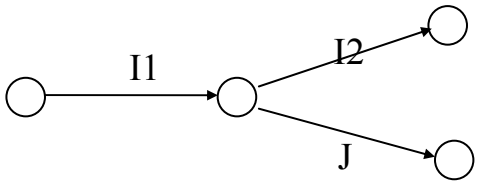
زمان درنگ (Lag Time) :

محدودیتهای زمانی تعریف شده در رابطه زمانی بین شروع و پایان دو فعالیت را زمان درنگ می نامند. زمان درنگ فقط در شبکه های مستطیلی و نمودار میله ای قابل نمایش است و امکان نمایش آن در شبکه های پیکانی وجود ندارد. در زیر انواع زمانهای درنگ به همراه چگونگی نمایش آنها در نمودار میله ای و شبکه های پیکانی نشان داده شده است..

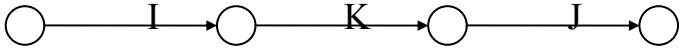
انواع زمان درنگ:

۱- شروع به شروعSSIJ : حداقل فاصله زمانی بین شروع فعالیتهای I و J

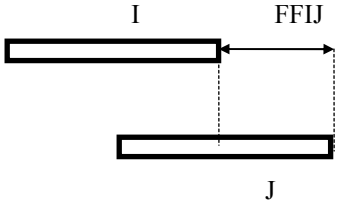


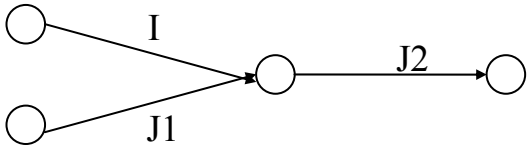


۲- خاتمه به شروع FSIJ : حداقل فاصله زمانی بین خاتمه I و شروع J

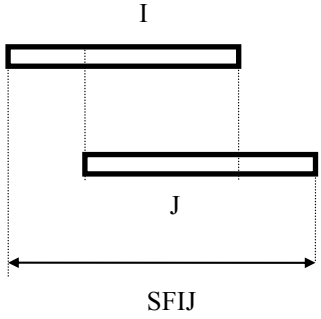


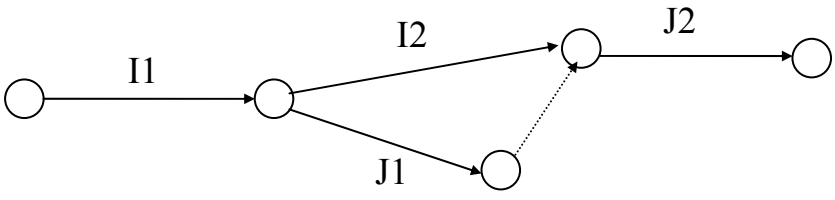
۳- خاتمه به خاتمه FFIJ : حداقل فاصله زمانی بین خاتمه I و خاتمه J





۴- شروع به خاتمه SFIJ : حداقل فاصله زمانی بین شروع I و خاتمه J





برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

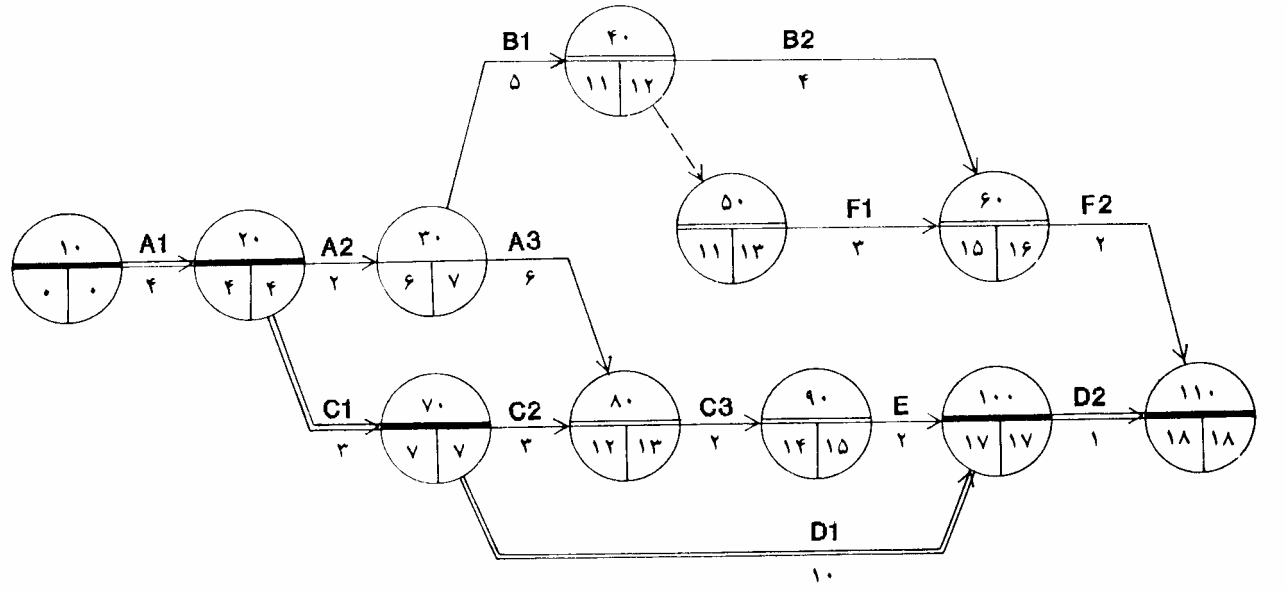
اصلی ترین دلیل استفاده از زمان درنگ اجتناب از تقسیم فعالیتهای پروژه به فعالیتهای خردتر است. بعبارت دیگر در صورتیکه پروژه به اندازه کافی خرد شده باشد نیازی به استفاده از زمان درنگ نخواهد بود. ضرورت استفاده از درنگ بیشتر در حین اجرای پروژه و برای جبران تاخیرات بوجود آمده در پروژه بدون نیاز به تقسیم بیشتر فعالیتها بروز میکند.

تمرین: شبکه پیکانی پروژه زیر را با منظور کردن زمانهای درنگ ترسیم کنید و آن را زمانبندی کنید.

A قبل از B,C – B قبل از F – C قبل از D,E

$t_E = 2 \quad t_F = 5 \quad t_D = 11 \quad t_C = 8 \quad t_B = 9 \quad t_A = 12$

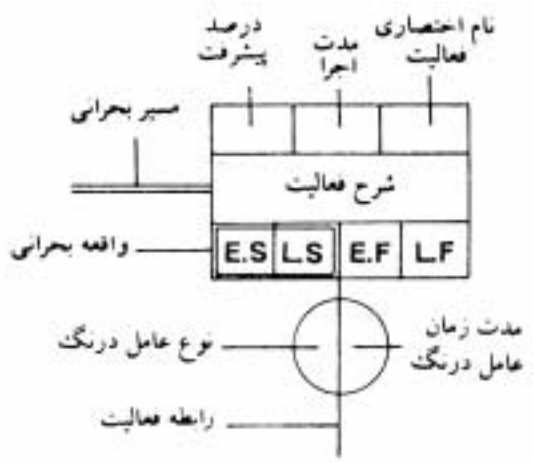
$SS_{cd} = 3 \quad FF_{ED} = 1 \quad FF_{BF} = 2 \quad SS_{BF} = 5 \quad FF_{AC} = 2 \quad SS_{AC} = 4 \quad SS_{AB} = 6$



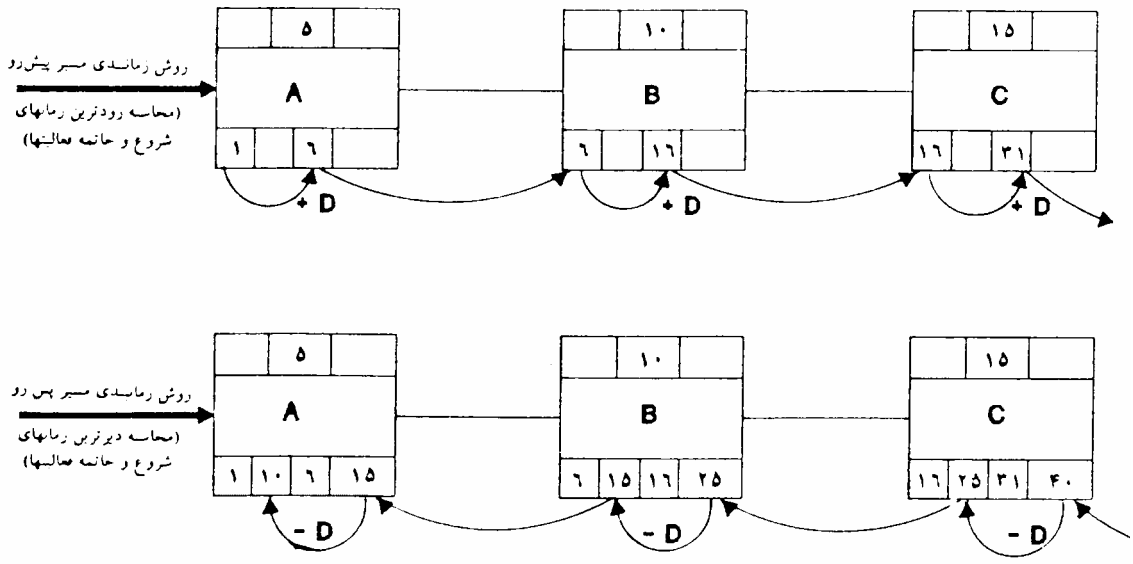
شبکه های مستطیلی:

در این بخش اشاره کوتاهی به چگونگی ترسیم شبکه های مستطیلی و زمانبندی آنها میکنیم. این گونه شبکه ها بدلیل برخورداری از محاسن نمودارهای میله ای همچون امکان نمایش زمان درنگ و محاسن شبکه های پیکانی همچون امکان اصلاح شبکه از قابلیت انعطاف زیادی برخوردار بوده و به همین دلیل در بسیاری از نرم افزلرهای شبکه از آن استفاده میشود. این شبکه ها از نوع شبکه های متعین و غیر احتمالاتی و فعالیت مدار میباشد. شکل زیر چگونگی نمایش فعالیت را در این گونه شبکه ها نشان میدهد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

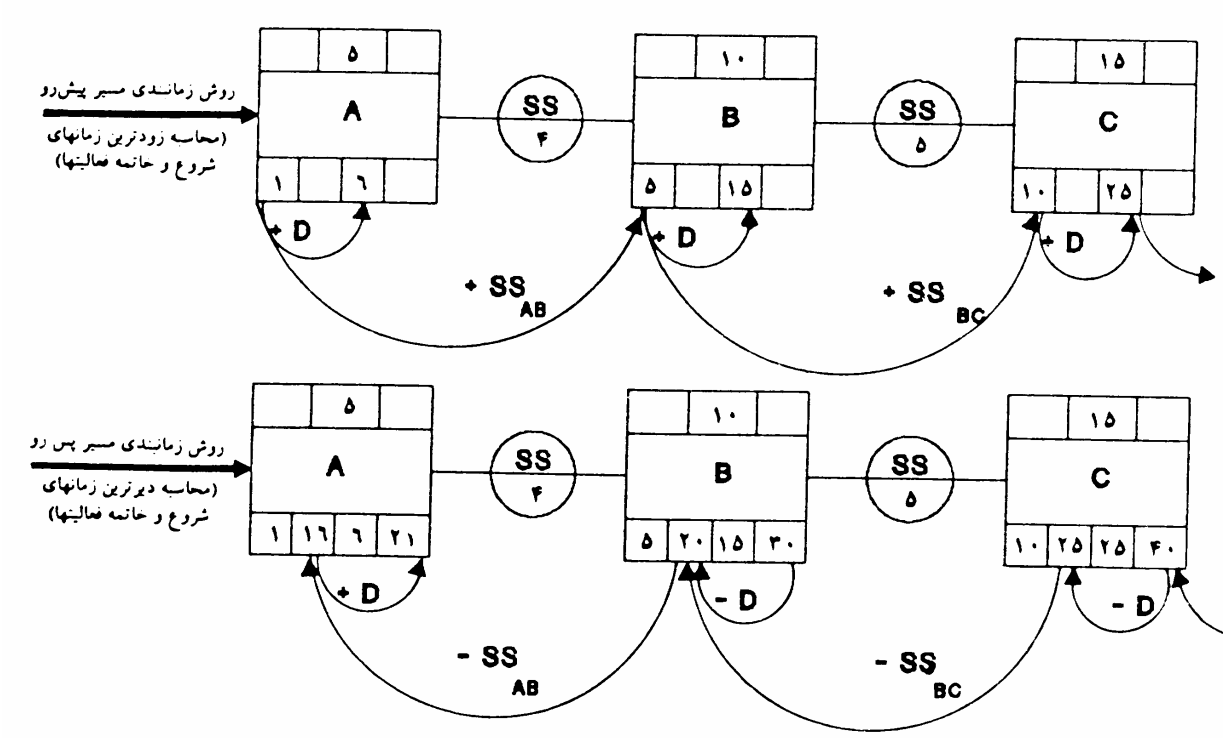


زمانبندی این شبکه ها همانند شبکه های پیکانی در دو مرحله رفت و برگشت صورت میگیرد با این تفاوت که در این شبکه ها در مرحله رفت زودترین زمانهای فعالیته و نه رویدادها و در مرحله بر گشت دیرترین زمانهای فعالیتها محاسبه میشوند. در وافع در این شبکه ها رویدادها نمایش داده نمیشوند. اشکال زیر چگونگی زمانبندی یک شبکه فرضی را در با و بدون انواع زمانهای درنگ نشان میدهد.

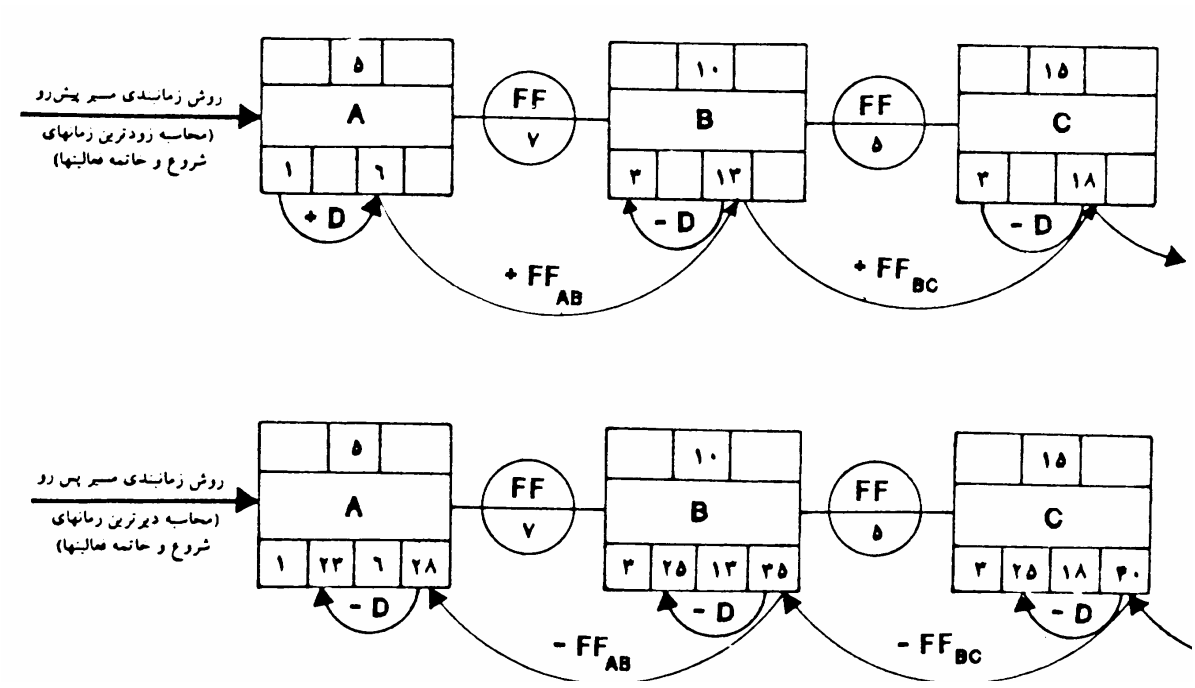


زمانبندی شبکه در غیاب عوامل درنگ

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

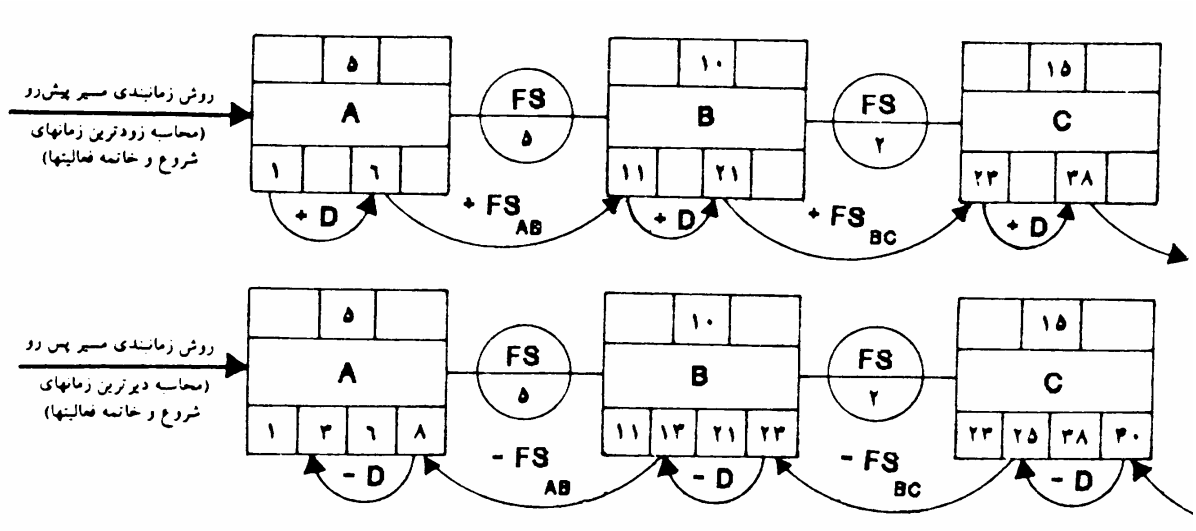


زمانبندی شبکه در با عامل درنگ شروع به شروع

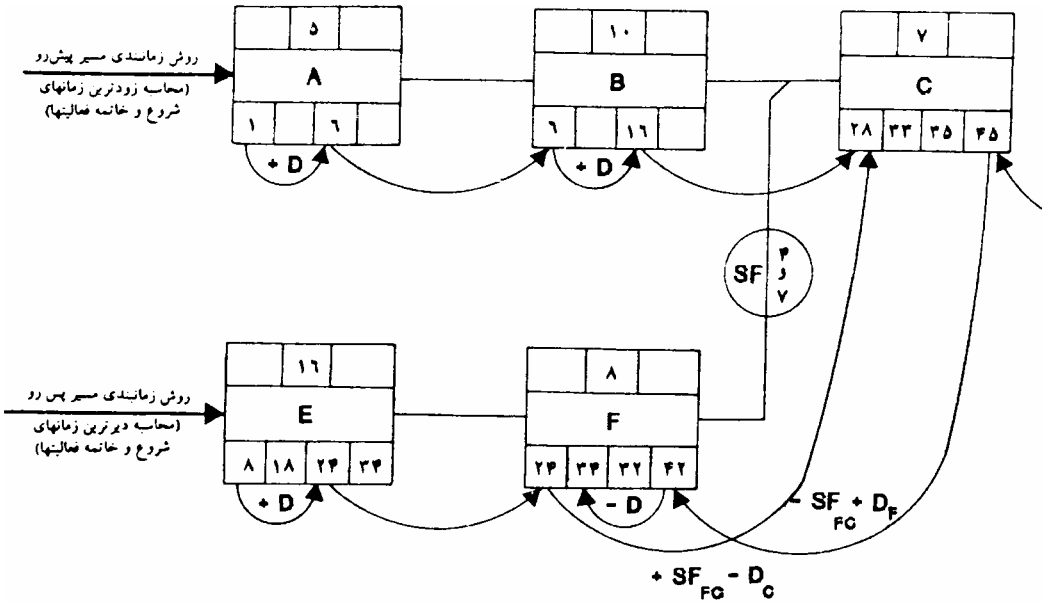


زمانبندی شبکه در با عامل درنگ خاتمه به خاتمه

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific



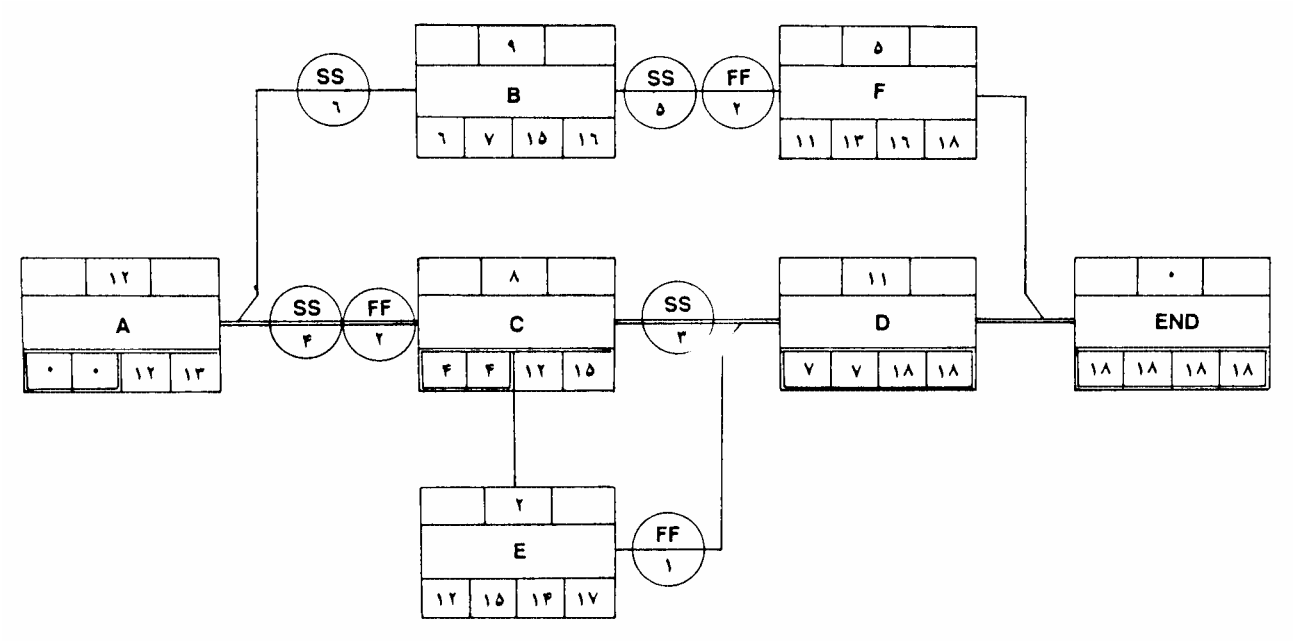
زمانبندی شبکه در با عامل درنگ خاتمه به شروع



زمانبندی شبکه در با عامل درنگ شروع به خاتمه

شکل زیر پروژه مثال قبل را همراه با نتایج زمانبندی آن نشان میدهد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific



٤- برنامه ریزی و تخصیص منابع (Resource Planning and Allocation):

مفهوم برنامه ریزی و تخصیص منابع:

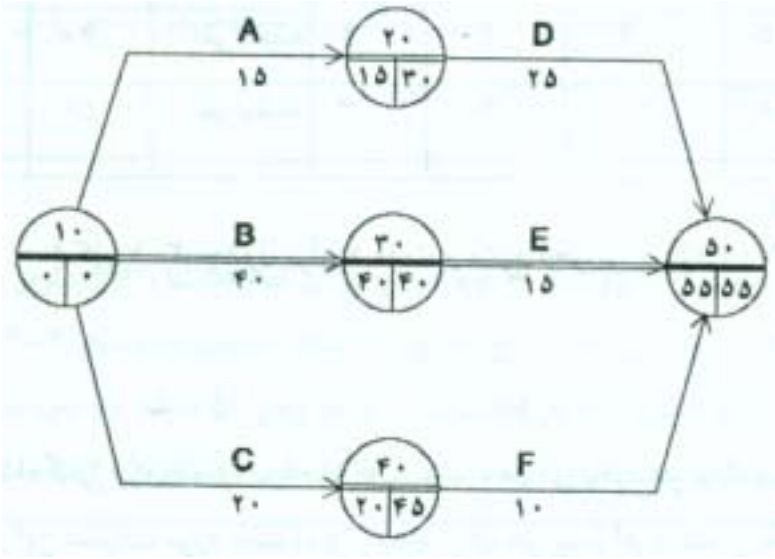
جدول زیر را که نمایشگر اطلاعات پروژهای نظامی است در نظر بگیرید.

شماره	کد	حجم فعالیت		منابع نیروی ویژه (نفر)			زمان تداوم (دقیقه)	
		مقدار	واحد	حداقل	عادی	ضربتی	عادی	ضربتی
۱	A	60		2	4	8	15	10
۲	B	160		3	4	7	40	25
۳	C	40		1	2	5	20	10

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

۴	D	75		2	3	6	25	15
۵	E	30		2	2	2	15	15
۶	F	50		3	5	11	10	5

شبکه این پروژه پس از زمانبندی آن نیز در شکل زیر نشان داده شده است.



سؤالی که فرمانده عملیات با آن روبرو شده این است که ۱) با توجه به اطلاعات موجود باید چند نفر نیرو را به این عملیات اعزام کند. و۲) آیا امکان انجام عملیات با ۸ نیرو وجود خواهد داشت؟. برای جواب دادن به سوالات بالا ابتدا تعاریف زیر را در نظر بگیرید.

نمودار منبع:

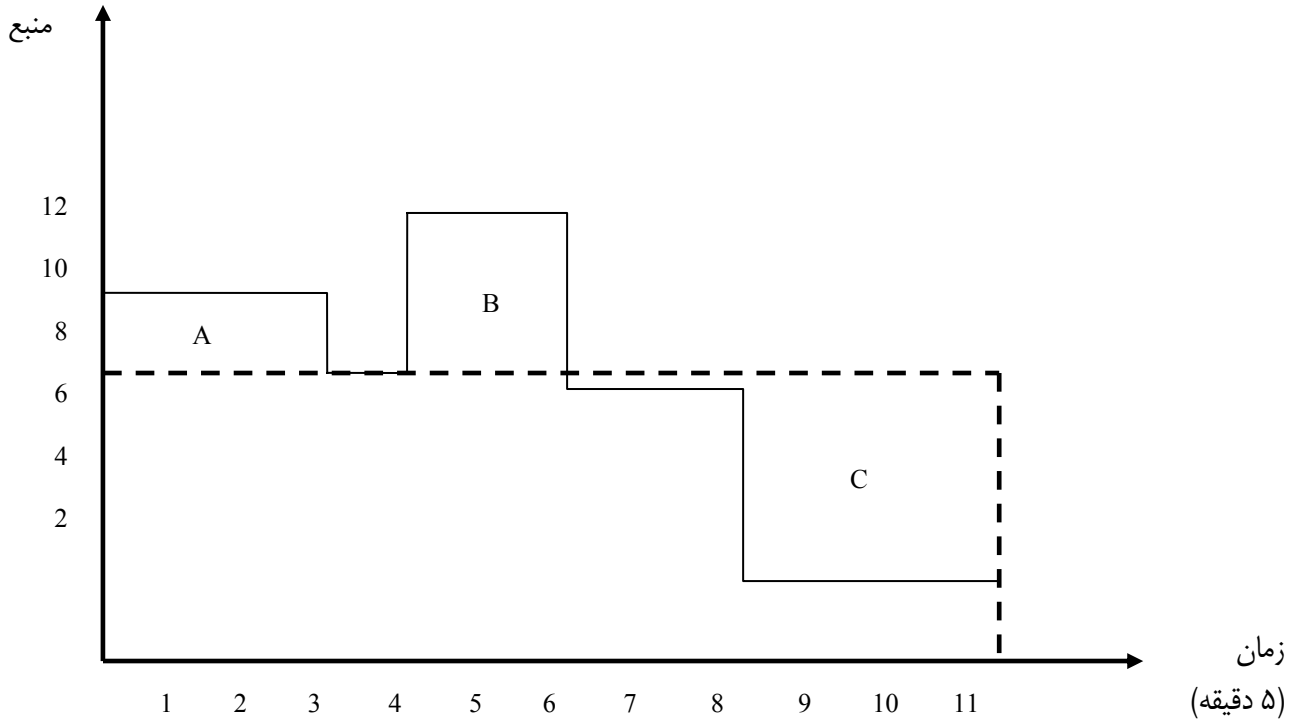
نموداری است که تغییرات منابع مورد نیاز پروژه را با زمان نشان میدهد. طبیعی است که این تغییرات تابعی از سیاست اجرائی پروژه است. سیاستهای اجرائی بیشماری را برای هر پروژه می توان تعریف کرد که دو سیاست حدی آن ۱) اجرای فعالیتها در زودترین زمان و ۲)) اجرای فعالیتها در زودترین زمان ممکن است. بدیهی است که نمودار منبه این دو سیاست از یکدیگر متفاوت خواهد بود.

۱- سیاست زودترین زمان: سیاستی که در آن همه فعالیتهای پروژه در زودترین زمان EST خود شروع می شوند. شکل زیر نمودار میله ای این سیاست اجرائی را به همراه نمودار منبع آن نشان می دهد.

فعالیت	زمان (۵ دقیقه)												
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
A	4	4	4										
B	4	4	4	4	4	4	4	4					

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

C	2	2	2	2									
D				3	3	3	3	3					
E									2	2	2		
F					5	5							
تعداد نیروی لازم در هر واحد زمانی	10	10	10	9	12	12	7	7	2	2	2		
تعداد تجمعی نیروی لازم	10	20	30	39	51	63	70	77	79	81	83		

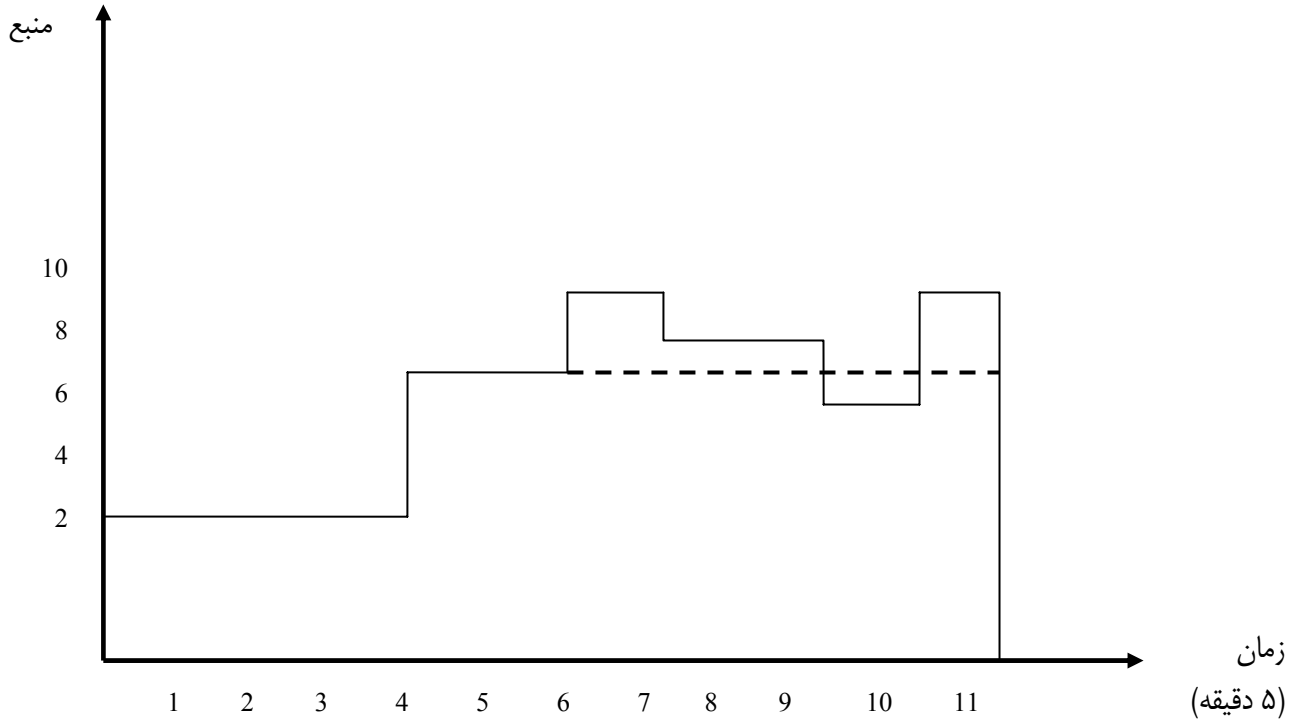


۲- سیاست دیرترین زمان: سیاستی که در آن همه فعالیتهای پروژه در دیرترین زمان LST خود شروع می شوند. شکل زیر نمودار میله ای این سیاست اجرائی را به همراه نمودار منبع آن نشان می دهد.

فعالیت	زمان (۵ دقیقه)												
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
A				4	4	4							
B	4	4	4	4	4	4	4	4					

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

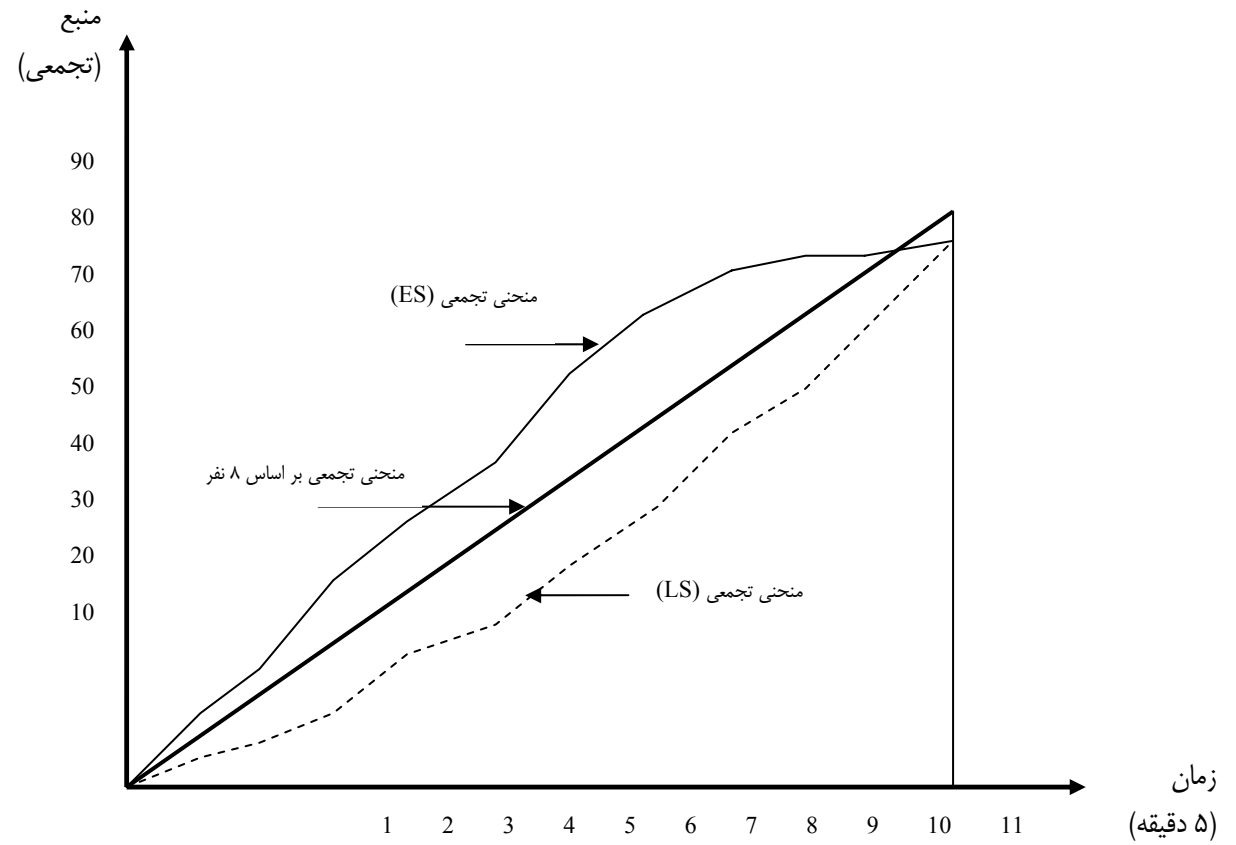
C						2	2	2	2				
D							3	3	3	3	3		
E									2	2	2		
F										5	5		
تعداد نیروی لازم در هر واحد زمانی	4	4	4	8	8	10	9	9	7	10	10		
تعداد تجمعی نیروی لازم	4	8	12	20	28	38	47	56	63	73	83		



منحنی تجمعی منبع:

منحنی تجمعی منبع نمودار میزان تجمعی منابع مورد استفاده در زمانهای مختلف پروژه است. شکل زیر منحنی تجمعی منبع را بازای دو سیاست اجرائی مورد نظر نشان میدهد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific



با استفاده از اطلاعات موجود میتوان نتایج زیر را بدست آورد.

۱) تعداد نیروی مورد نیاز در صورت اجرای سیاست زودترین زمان بر اساس نمودار میله ای مربوطه برابر ۱۲ و برای سیاست دیرترین زمان بر اساس نمودار میله ای مربوطه برابر ۱۰ خواهد بود.

۲) از آنجا که تعداد کل نیروهای مورد نیاز برای اجرای پروژه صرفنظر از سیاست اجرائی برابر ۸۳ نفر– ۵ دقیقه و میزان نیروی در دسترس بازای ۸ نیرو برابر ۸۸ =۱۱*۸ نفر – ۵ دقیقه است لذا اساساً امکان اجرای پروژه با ۸ نفر نیز موجود است ولی تحقق این امر مستلزم تسطیح منابع از طریق زمانبندی مجدد پروژه است بگونه ای که تعداد نیروی مورد نیاز پروژه در هیچ زمانی بیش از ۸ نفر نشود.

تراز (تسطیح) کردن منابع : (Resource Leveling)

تسطیح منابع عبارت از کاهش نوسانات نمودار منبع و تبدیل آن به صورت خطی راست در تمام طول اجرای پروژه از طریق پس و پیش کردن فعالیتها و زمانبندی مجدد آنها است. تسطیح منابع در حالت کلی باعث کاهش TF فعالیتها و در نتیجه بحرانی شدن آنها می شود. روشهای متفاوتی برای تسطیح منابع وجود دارد. ما در اینجا روشی منطقی را با استفاده از نمودار میله ای تشریح میکنیم.

برای نشان دادن جگونگی تسطیح منابع با استفاده از نمودار میله ای مسئله پروژه عملیات نظامی را مجدداً در نظر بگیرید. در اینجا از نمودار مربوط به سیاست زودترین زمان بدین منظور استفاده میکنیم.

فعالیت	زمان (۵ دقیقه)												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

A	4	4	4										
B	4	4	4	4	4	4	4	4					
C	2	2	2	2									
D				3	3	3	3	3					
E									2	2	2		
F					5	5							
تعداد	10	10	10	9	12	12	7	7	2	2	2		
تجمعی	10	20	30	39	51	63	70	77	79	81	83		

روش منطقی برای تسطیح منابع بر اساس زمانبندی مجدد همه فعالیتهایی که در نقطه اوج نمودار منبع در حال اجرا هستند استوار شده است. پس از آن بهترین گزینه جهت دستیابی به حداکثر کاهش در اوج منابع انتخاب میشود. این فرآیند تا رسیدن به سیاستی که دیگر امکان زمانبندی آن برای کاهش اوج منبع وجود نداشته باشد ادامه پیدا میکند.

اصلاح اول:

فعالیت F در نقطه اوج منبع است. با شروع فعالیت F از واحد زمانی نهم اوج منبع به ۱۰ کاهش میابد

فعالیت	زمان (۵ دقیقه)												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	4	4	4										
B	4	4	4	4	4	4	4	4					
C	2	2	2	2									
D				3	3	3	3	3					
E									2	2	2		
F										5	5		
تعداد	10	10	10	9	7	7	7	7	2	7	7		

اصلاح دوم:

اکنون فعالیت A و C در نقطه اوج منبع با مقدار ۱۰ قرار گرفته است. در این مورد نیز با شروع فعالیت C از واحد زمانی چهارم نقطه اوج منبع به ۹ کاهش میابد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

فعالیت	زمان (۵ دقیقه)												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	4	4	4										
B	4	4	4	4	4	4	4	4					
C	2	2	2	2	2	2	2						
D				3	3	3	3	3					
E									2	2	2		
F										5	5		
تعداد	8	8	8	9	9	9	9	7	2	7	7		

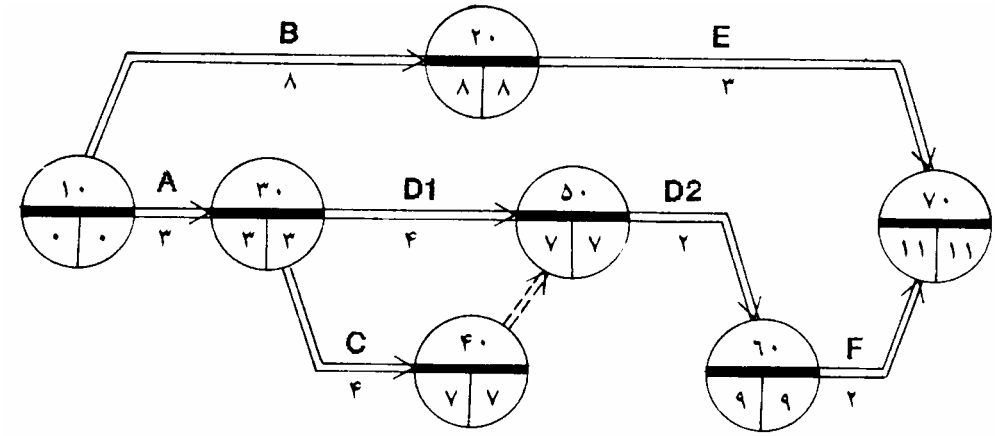
اصلاح سوم:

اکنون فعالیتهای C و D در نقطه اوج منبع با مقدار ۹ قرار گرفته اند. با توجه به شناوری کم این فعالیتها جابه جایی هیچیک از آنها به کاهش اوج منبع منجر نخواهد شد. تنها گزینه برای کاهش اوج منبع از ۹ به ۸ کاهش منابع مورد نیاز فعالیت D است که این امر به افزایش زمان تداوم فعالیت منجر خواهد شد. این کار در اینجا از طریق خرد کردن فعالیت D به دو فعالیت است که زمان تداوم و منبع مورد نیاز اولی آن بترتیب برابر ۴ و ۲ و دومی ۲ و ۴ است.

فعالیت	زمان (۵ دقیقه)												
	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
A	4	4	4										
B	4	4	4	4	4	4	4	4					
C				2	2	2	2						
D				2	2	2	2	4	4				
E									2	2	2		
F										5	5		
تعداد	8	8	8	8	8	8	8	8	6	7	7		

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

بدیهی است که بعد از زمانبندی پروژه باید شبکه مربوطه را اصلاح کرد. شکل زیر شبکه نهائی بعد از تسطیح منابع را نشان میدهد. توجه به این نکته ضروریست که روابط بین C و A و روابط بین F و D که قبلاً وجود نداشتند روابطی ناشی از محدودیت منابع اند که در اثر تسطیع ایجاد شده اند. علاوه بر این همانگونه که از شکل میتوان دید همه فعالیتها اکنون بحرانی شده اند.



تمرین: مسئله بالا را این بار با فرض سیاست اجرائی دیرترین زمان تسطیح کنید و شبکه اصلاح شده را رسم کنید. نتایج حاصل را با جوابهای بالا مقایسه کنید.

سیاستهای تخصیص منابع:

۱- **تخصیص منابع نامحدود:** در این سیاست زمان اجرای پروژه معین و محدود و منابع در دسترس پروژه نامحدود فرض میشوند. هدف از اجرای چنین سیاستی جلوگیری از اتلاف منابع و در نتیجه حداقل کردن هزینه پروژه با ثابت نگهداشتن زمان اجرای پروژه است.

۲- **تخصیص منابع محدود:** : در این سیاست منابع موجود محدود و معین و زمان اجرای پروژه نامحدود فرض میشوند. هدف از اجرای چنین سیاستی جلوگیری از افزایش بی رویه زمان اجرا و در نتیجه حداقل کردن هزینه پروژه است.

روشهای تخصیص منابع:

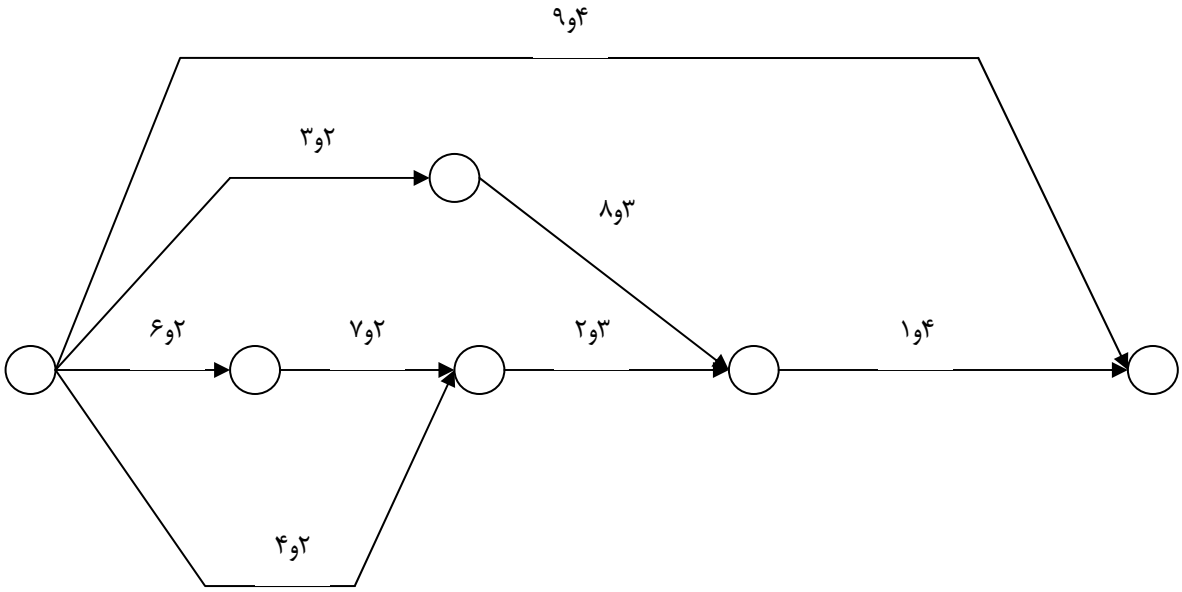
۱- روشهای تجربی- منطقی: این روشها بصورت مجموعه ای از دستورالعملهای منطقی و تجربی ارائه شده اند. استفاده از این روشها در مسائل کوچک مفید بوده ولی در مسائل بزرگ بدلیل تعدد زیاد گزینه ها و پیچیدگی آنها به جواب بهینه منجر نمی شود.

۲- روشهای ریاضی: در این روشها مسئله تسطیح مورد نظر بصورت مسئله برنامه ریزی از نوع خطی یا غیرخطی فرمولبندی شده و سپس با استفاده از روشهای متداول برای بدست آوردن جوابشان حل میشوند. این روشها در غالب موارد صرفنظر از کوچکی یا بزرگی مسئله به جواب بهینه منجر میشوند. متغیرهای تصمیم در مسائل تسطیح معمولاً زمان شروع و زمان تداوم هر فعالیت است که مقدار آن بایستی در فاصله زمان تداوم عادی و ضربتی انتخاب شود.

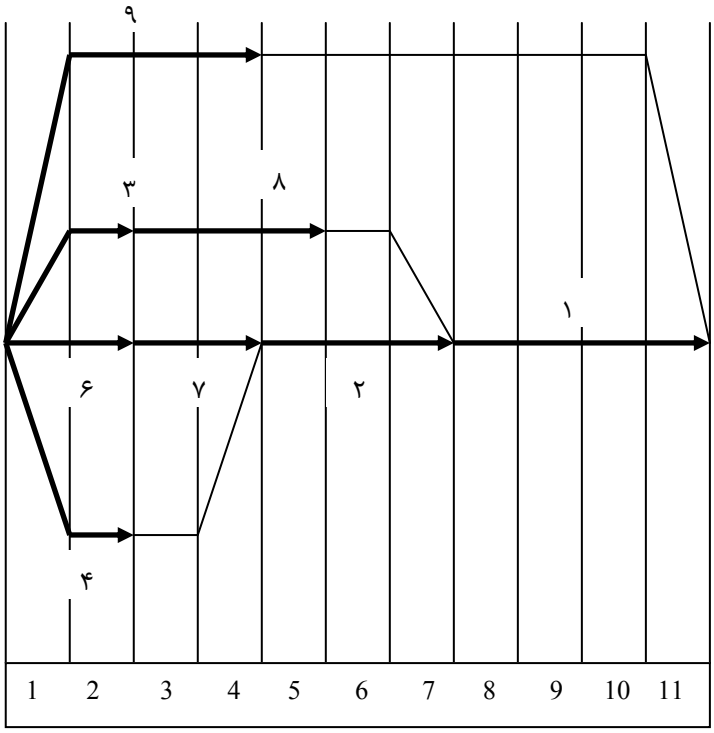
روش تجربی-منطقی تسطیح منابع:

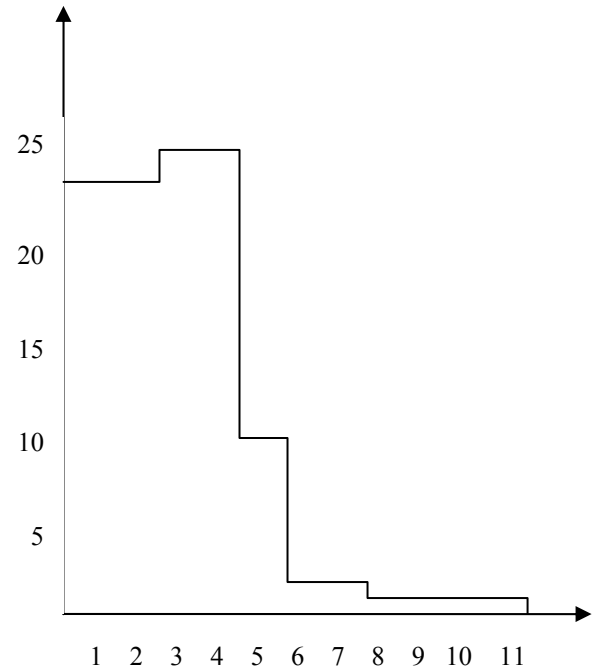
برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

این روش بر اساس زمانبندی مجدد همه فعالیتهایی که در نقطه اوج نمودار منبع در حال اجرا هستند استوار شده است. در شرایطی که گزینه های متعددی برای این زمانبندی وجود داشته باشد گزینه ای که شناوری کل آن و منابع مورد نیاز آن بیشتر باشد انتخاب میشود. در اینجا ما این روش را با ذکر مثالی که در آن از نمودار مبتنی بر زمان استفاده شده تشریح میکنیم.
پروژه زیر را در نظر بگیرید که در آن i و j بترتیب نمایشگر زمان تداوم و منابع مورد نیاز فعالیتهاست.



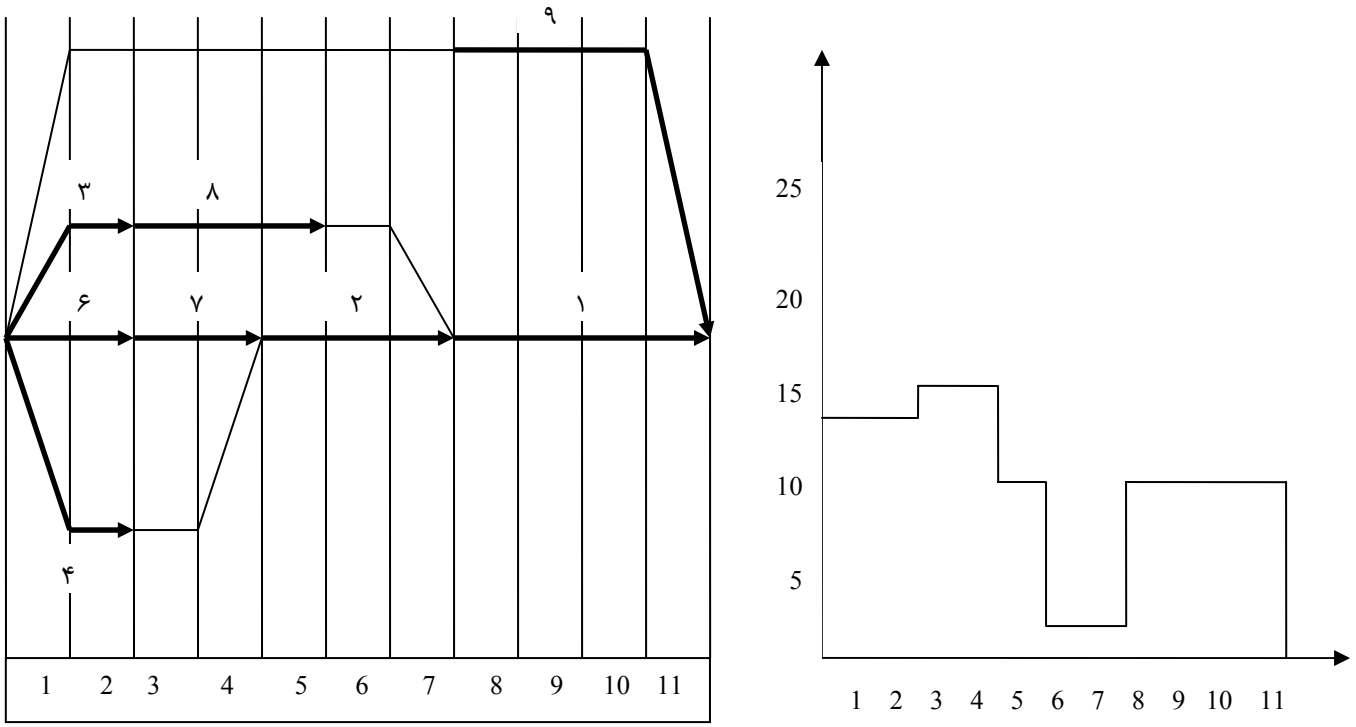
با رسم نمودار میله ای مبتنی بر زمان پروژه و منحنی منبع مشاهده میشود که نقطه اوج منبع در روزهای سوم و چهارم پروژه است که فعالیتهای ۷، ۸ و ۹ در حال اجرا هستند.



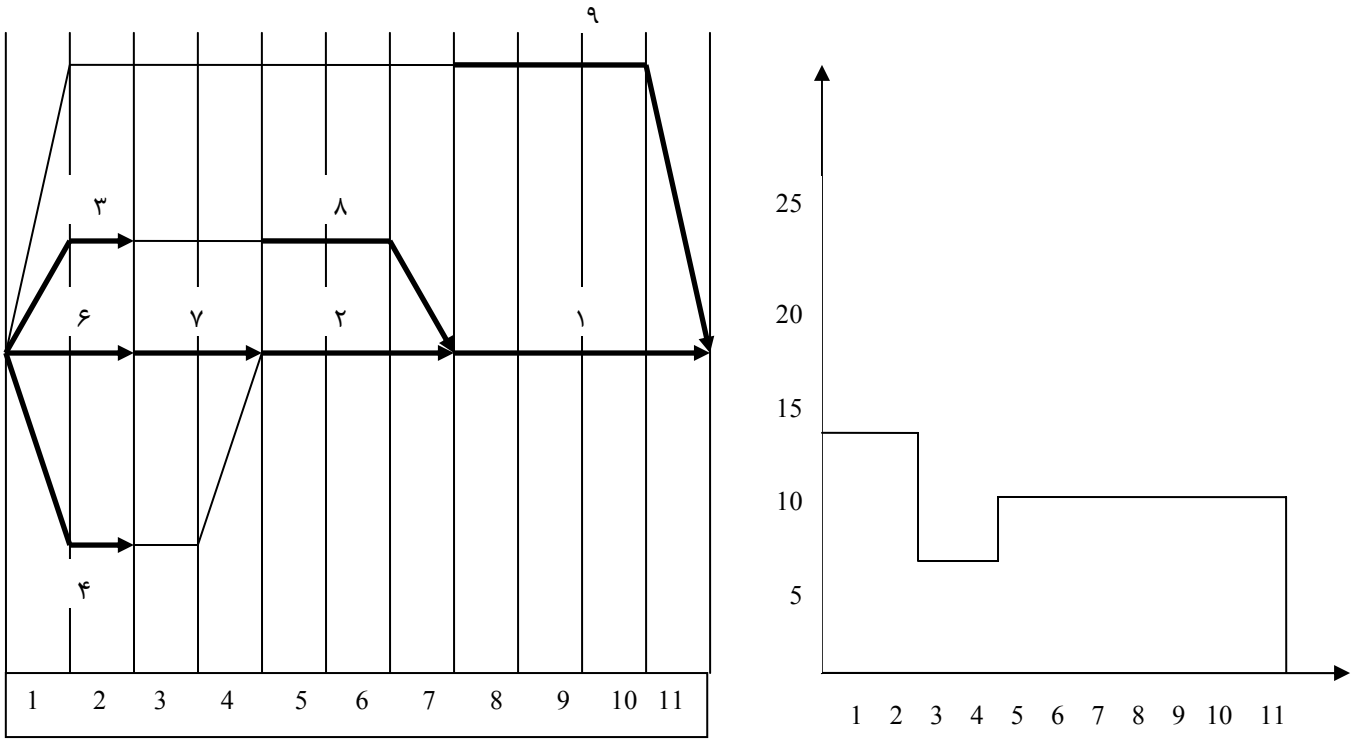


برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

اصلاح اول: فعالیت ۷ بحرانی است و لذا امکان زمانبندی آن وجود ندارد. از بین فعالیتهای ۸ و ۹ فعالیت ۹ را بدلیل TF و منبع مورد نیاز بیشتر انتخاب و آن را از روز هشتم شروع میکنیم.

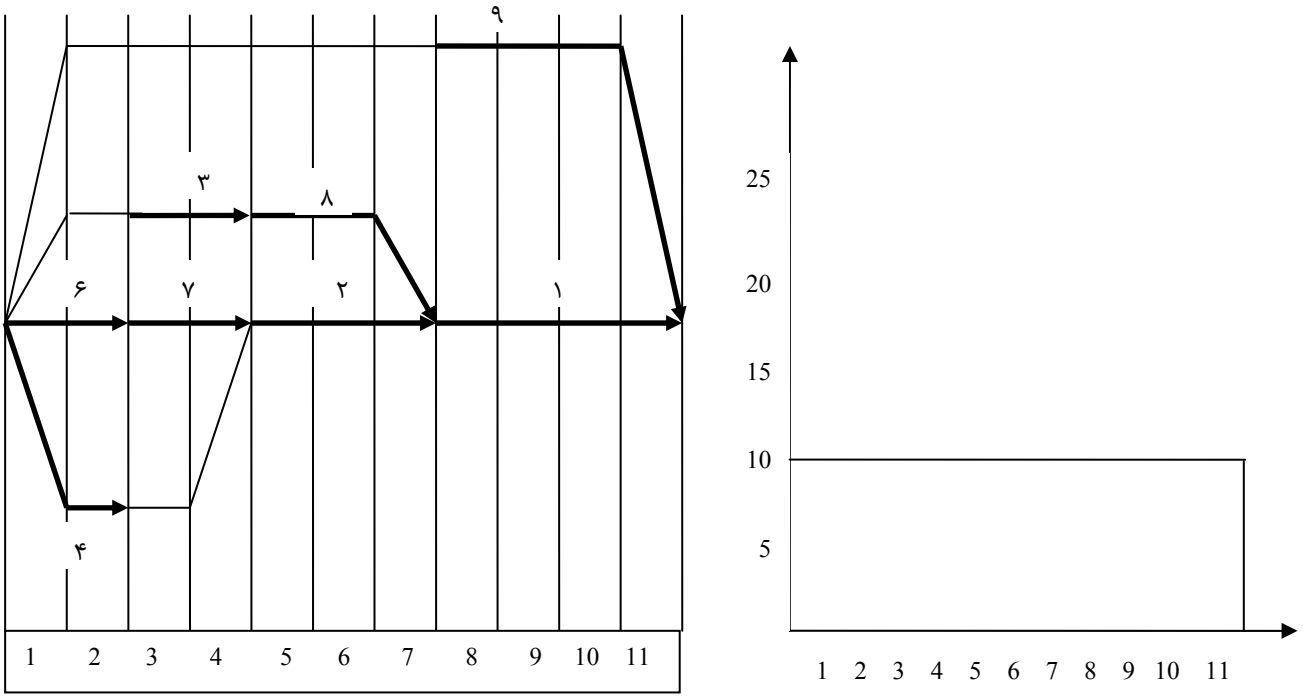


اصلاح دوم: اکنون نقطه اوج پروژه در روزهای سوم و چهارم است که فعالیتهای ۷ و ۸ در حال اجرا هستند. فعالیت ۷ بحرانی است و لذا امکان زمانبندی آن وجود ندارد. با زمانبندی فعالیت ۸ و شروع آن از روز پنجم داریم.



برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

اصلاح سوم: اکنون نقطه اوج پروژه در روزهای اول و دوم است که فعالیتهای۳و۴ و۶ در حال اجرا هستند. فعالیت ۶ بحرانی است و لذا امکان زمانبندی آن وجود ندارد. شناوری کل فعالیتهای ۳ و ۴ برابر استو لذا امکان زمانبندی هر دو وجود دارد. با زمانبندی فعالیت ۳ و شروع آن از روز سوم نتیجه بهتری بصورت زیر بدست میاید.



۵- کنترل و نظارت پروژه:

در این مرحله با مقایسه برنامه ریزیهای انجام شده با عملکردها علل تفاوت آنها شناخته شده و برنامه ریزی لازم در جهت رفع عواقب ناشی از آنها صورت میگیرد. در زیر مهمترین این تفاوتها به همراه دلایل بروز آنها فهرست شده است.

۱- شروع ، پایان و زمان تداوم فعالیتها مغایر پیش بینی ها

۲- هزینه فعالیت مغایر پیش بینی ها

۳- افزایش فعالیتهای جدید یا حذف و کاهش فعالیت های پیش بینی شده

دلایل:

۱- ضوابط و معیارهای نادرست در بر آورد زمان تداوم، هزینه و منابع اجرایی و در نتیجه هزینه مستقیم و غیر مستقیم پروژه

۲- دقیق نبودن کار برنامه ریزی پروژه

۳- پیچیدگی بیش از حد پروژه

۴- بروز مشکلات و مسائل غیر قابل پیش بینی

۵- مسائل و مشکلات سازمانی،مدیریتی، اجرایی و فنی در اجرای پروژه

هدف کنترل پروژه:

۱- شناخت دقیق روابط میان زمان تداوم، هزینه فعالیت با منظور کردن تجربیات بدست آمده در طول اجرای پروژه

۲- پیش بینی مشکلات احتمالی قبل از وقوع آنها و جلوگیری از بروز و یا کاهش اثرات آنها

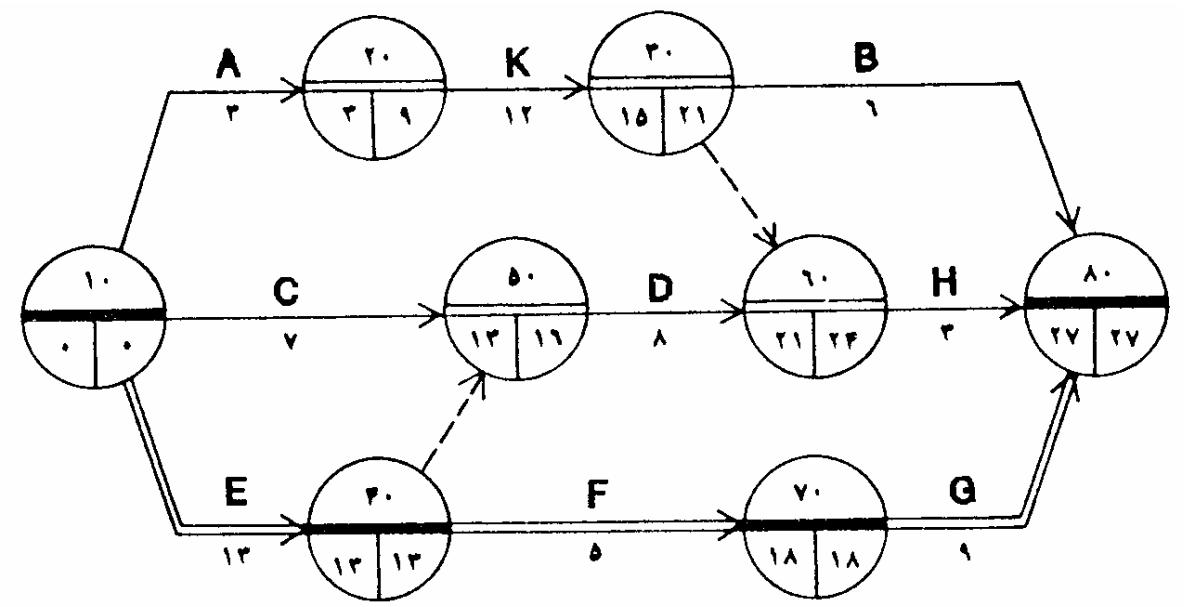
۳- شناسایی فرصتها برای جبران تآخیرات احتمالی ،کاهش زمان و هزینه پروژه

بهنگام کردن پروژه:

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

منظور کردن اطلاعات واقعی مربوط به زمان تداوم ، هزینه فعالیتها و روابط بین فعالیتها بهنگام کردن (updating) پروژه نامیده میشود. بهنگام کردن پروژه امکان کنترل زمانی، هزینه ای، فنی و کیفی پروژه را فراهم می کند.

مثال: شبکه و جدول تحلیل پروژه زیر را در نظر بگیرید.



نام فعالیت	مدت اجرا (ماه)	زمانهای شروع		زمانهای خاتمه		پیش‌بینی هزینه اجرا (۱۰۰۰۰۰۰ ریال)
		زودترین	دیرترین	زودترین	دیرترین	
A	۳	۰	۶	۳	۹	۳۰۰
B	۶	۱۶	۲۱	۲۲	۲۷	۹۰۰
C	۷	۰	۹	۷	۱۶	۴۹۰
D	۸	۱۳	۱۶	۲۱	۲۴	۴۸۰
E	۱۳	۰	۰	۱۳	۱۳	۱۳۰۰
F	۵	۱۳	۱۳	۱۸	۱۸	۴۵۰
G	۹	۱۸	۱۸	۲۷	۲۷	۷۲۰
H	۳	۲۱	۲۴	۲۴	۲۷	۳۹۰
K	۱۲	۳	۹	۱۵	۲۱	۷۲۰

پس از گذشت ۱۰ ماه اطلاعات زبر در مورد پیشرفت پروژه تهیه شده است.

۱) اطلاعات فعالیتهای خاتمه یافته: فعالیت A در ماه ششم با هزینه ۳۷۰ ، فعالیت C در ماه دهم با هزینه ۳۶۰ و فعالیت F در ماه هشتم با هزینه ۴۶۰ خاتمه یافته است.

۲) اطلاعات فعالیتهای در حال اجرا : فعالیت K ۱۰ ماه دیگر و فعالیت E ۴ ماه دیگر به اتمام خواهد رسید.

۳) اطلاعات فعالیتهای اجرا نشده: زمان تداوم فعالیت D به ۱۰ ماه و زمان تداوم فعالیت G به ۶ ماه کاهش یافته است.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific

فرآیند بهنگام کردن شبکه دارای سه مولفه زیر است.

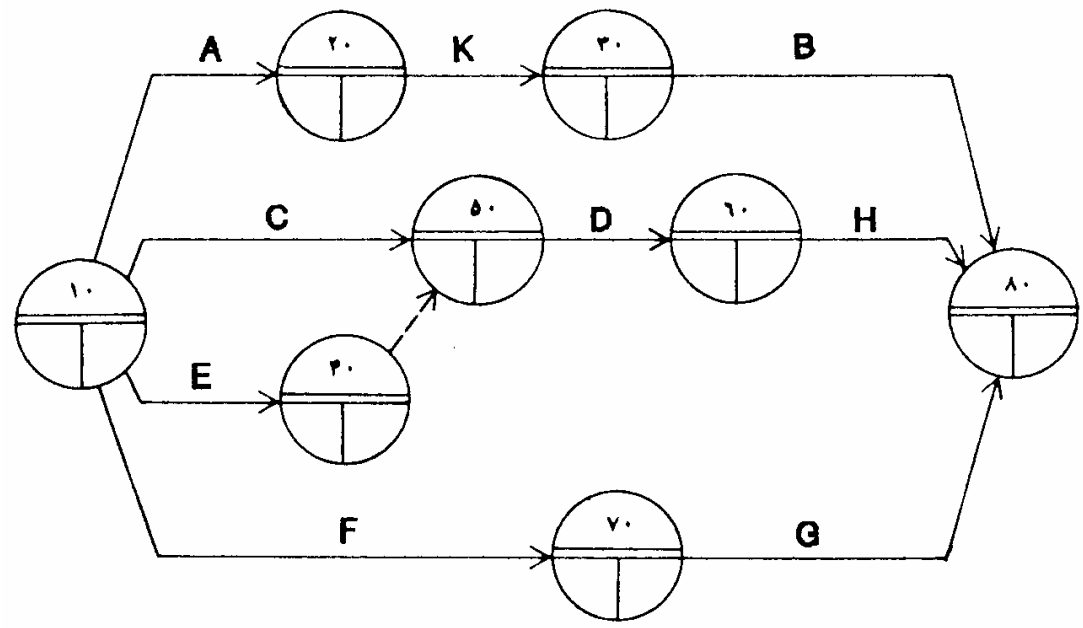
۱) بهنگام کردن فعالیتهای پروژه و روابط میان آنها یا بعبارت دیگر اصلاح شبکه

۲) بهنگام کردن اطلاعات زمانی فعالیتها

۳) بهنگام کردن اطلاعات هزینه ای و منابع اجرایی فعالیتها

ما در اینجا اشاره مختصری به دو مولفه اول این فرآیند خواهیم داشت.

۱) اصلاح شبکه : برای اصلاح شبکه باید زمانهای شروع و پایان فعالیتهای مرتبط را با رابطه بین آنها مقایسه کرد. در اینجا بر خلاف شبکه پیش بینی شده فعالیت F قبل از خاتمه فعالیت E شروع شده و خاتمه یافته است. این بدین معنی است که رابطه بین فعالیتهای F و E رابطه ای از نوع منبعی و نه فیزیکی یا منطقی بوده است ولی در تخصیص منابع برای اجرای آنها خطایی صورت گرفته است. در هر صورت این رابطه را باید اصلاح کرد. با توجه به رابطه منبعی بین فعالیتهای F و E رابطه $SS = 0$ را بین آنها منظور میکنیم. شبکه اصلاح شده در شکل زیر نشان داده شده است.



۲) کنترل زمانی: هدف این مرحله تعیین زمانهای واقعی فعالیتها همچون زمانهای شروع و پایان و زمان تداوم آنها و زمانبندی مجدد شبکه با منظور کردن ین اطلاعات است. بدین منظور ابتدا فعالیتها را به سه گروه

۱- خاتمه یافته

۲- در حال اجرا

۳- شروع نشده

تقسیم میکنیم.

پس از آن زمان تداوم جدید فعالیتهای در حال اجرا را محاسبه و زمان تداوم فعالیتهای شروع نشده را (در صورت نیاز) اصلاح و زمان تداوم فعالیتهای خاتمه یافته را صفر کرده و آنها را در شبکه درج میکنیم. اکنون بر اساس اطلاعت جدید زمان رویدادها را به روز کرده و شبکه را مجدداً زمانبندی میکنیم. شکل زیر شبکه بهنگام شده را نشان میدهد.

برای دریافت کتب، جزوات و نمونه سوالات بیشتر به ما بپیوندید در https://t.me/iust_scientific