CHAPTER 13

FUZZY PROJECT SCHEDULING

Hassan Shavandi
Industrial Engineering dept.
Sharif University of Technology

مقدمه

- روش مسیر بحرانی (CPM) که در سال ۱۹۶۰ توسعه یافت، یکی از ابزارهای مهم و کاربردی در برنامه ریزی و کنترل پروژه ها است.

- این روش شامل تعیین مسیر بحرانی، فعالیت های بحرانی و وقایع بحرانی در شبکه پروژه با در نظر گرفتن زودترین زمان ممکن اتمام پروژه است. دراین روش پارامترهای اصلی و مفید زمان بندی همچون زودترین و دیرترین زمان شروع و خاتمه فعالیت ها و شناوری آن ها محاسبه می شوند.

- در روش مسیر بحرانی کلاسیک، فرض بر این است که مدت زمان انجام فعالیت ها به صورت قطعی تعریف می شوند.

- در عمل این فرض با توجه به سطح دقت مورد نیاز و شرایط موجود کمی دور از واقعیت به نظر می رسد. به همین خاطر روش دیگری به نام روش پرت (PERT)پیشنهاد گردید که در آن مدت زمان انجام هر فعالیت یک متغیر تصادفی با توزیع بتا فرض شده و سه مدت زمان در حالت خوش بینانه ، محتمل و بد بینانه برای فعالیت برآورد می شود. در این روش، ریسک پذیرش یک مقدار قطعی مشخص برای مدت زمان انجام هر فعالیت کاهش یافته و مدل کمی به واقعیت نزدیک می شود.

مقدمه

- در سال ۱۹۷۰ ، برای اولین بار رویکرد فازی در تحلیل زمانبندی پروژه که روش پرت فازی و یا روش مسیر بحرانی فازی نام گرفت توسعه یافت.
- در این روش مدت زمان انجام فعالیت ها یک عدد فازی فرض گردید.
- در حالت کلی ساختار و رویکرد روش های مختلف تحلیل مسیر بحرانی فازی و پرت فازی یکسان است.
- با به کارگیری فرمول های مختلف، مشخصه های مختلفی از پروژه مانند درجه بحرانی بودن فعالیت ها و مسیر بحرانی، محاسبه و تحلیل می شوند.
- در ادامه ابتدا مروری بر روش مسیر بحرانی در حالت قطعی ارایه شده و سپس به بررسی زمانبندی با فرض زمان های بازه ای برای فعالیت ها پرداخته می شود. در نهایت رویکرد فازی در روش مسیر بحرانی ارایه می شود.

روش مسیر بحرانی با مدت زمان قطعی انجام فعالیت ها

فرض کنید شبکه برداری $S=\langle V,A,t\rangle$، مدل شبکه ای پروژه است که در آن V، مجموعه گره‌ها (وقایع) و $A\subset V\times V$ مجموعه بردارهای شبکه (فعالیت ها) است. t نیز بیانگر مدت زمان انجام هر فعالیت (بردار) است. مجموعه گره ها ($V=\{1,2,\ldots,n\}$) به گونه ای شماره گذاری می شوند که شرط ذیل تامین شود.

$$(i,j)\in A \Rightarrow i<j$$

تابع t نیز یک انتقال از A به R است و به صورت ذیل تعریف می شود :

$$t(i,j) : t_{ij} \quad ,(i,j)\in A$$

در روش مسیر بحرانی، زودترین و دیرترین زمان وقوع رخدادها (گره ها) محاسبه می شود .

مجموعه گره های پیش نیاز و پس نیاز گره i به صورت ذیل تعریف می شوند :

مجموعه گره های پیش نیاز گره i : $p(i)=\{K\in V\mid (k,i)\in A\}$

مجموعه گره های پس نیاز گره i : $S(i)=\{K\in V\mid (i,k)\in A\}$

روش مسیر بحرانی با مدت زمان قطعی انجام فعالیت ها

زودترین زمان وقوع گره i ، $\left(T_i^e\right)$ طبق رابطه ذیل محاسبه می شود :

$$T_i^e = \begin{cases} 0 & i=1 \\ \max_{k\in p(i)}(T_K^e + t_{ki}) & i>1 \end{cases} \qquad (۱۲-۱)$$

و دیرترین زمان وقوع گره i ، $\left(T_i^l\right)$ نیز طبق رابطه ذیل به دست می آید :

$$T_i^l = \begin{cases} T_n^e & i=n \\ \min_{k\in s(i)}(T_K^L - t_{iK}) & i<n \end{cases} \qquad (۱۲-۲)$$

زمان های به دست آمده از روابط (۱-۱۲) و (۲-۱۲) برای محاسبه زمان شناوری[۳] استفاده می شوند. فرض کنید L_i بیانگر زمان شناوری گره i و $z(i,j)$ زمان شناوری فعالیت (i,j) باشند که به صورت ذیل محاسبه می شوند :

$$L_i = T_i^l - T_i^e \qquad i\in V$$

$$Z(i,j) = T_i^l - T_i^e - t_{ij} \qquad (i,j)\in A$$

روش مسیر بحرانی با مدت زمان قطعی انجام فعالیت ها

تعریف (۱-۱۲)- فعالیت $(i,j)\in A$ بحرانی است اگر و فقط اگر داشته باشیم :

$$Z(i,j)=0$$

تعریف (۲-۱۲)- گره $i\in V$ بحرانی است اگر و فقط اگر داشته باشیم :

$$L_i = 0$$

فرض کنید مجموعه P ، مجموعه کل مسیرهای شبکه از گره ۱ تا گره n تعریف شود. آن گاه قضیه های ذیل قابل ارایه هستند.

قضیه (۱-۱۲)- مسیر $p\in P$ ، بحرانی است اگر فقط اگر طولانی ترین مسیر با توجه به زمان انجام فعالیت ها $\left(t_{ij}\right)$ در شبکه باشد. طول این مسیر برابر با T_n^e (مدت زمان انجام پروژه) است.

قضیه (۲-۱۲)- فعالیت $(i,j)\in A$ یا گره $i\in V$ ، بحرانی است اگر و فقط اگر آن جزیی از مسیر بحرانی $p\in P$ باشد.

روش مسیر بحرانی با مدت زمان قطعی انجام فعالیت ها

- تعیین فعالیت، گره و مسیر بحرانی در یک شبکه در صورتی که مدت زمان انجام فعالیت ها قطعی باشند به سادگی امکان پذیر است.
- در هر شبکه حداقل یک مسیر بحرانی وجود دارد و تعداد مسیرهای بحرانی با افزایش اندازه شبکه به طور نمایی افزایش می یابد.
- در ادامه رویکرد روش مسیر بحرانی با زمان های بازه ای فعالیت ها ارایه می شود تا مقدمه ای برای ورود به رویکرد روش مسیر بحرانی فازی باشد.

روش مسیر بحرانی با زمان بازه ای فعالیت ها

شبکه پروژه به صورت $S=\langle V,A,T\rangle$ تعریف می شود. همه عناصر به غیر از T حالت قطعی و کلاسیک دارند. تابع T به صورت ($T: A \to I(R^{+})$) تعریف می شود به طوری که $I(R^{+})$ مجموعه اعداد بازه ای غیر منفی است. زمان بازه ای[۴] فعالیت $(i,j)\in A$ به صورت ذیل تعریف می شود :

$$T(i,j)=T_{ij}=[t_{ij}^{l},t_{ij}^{h}] \qquad (i,j)\in A$$

بازه زمانی $[t_{ij}^{l},t_{ij}^{h}]$ مجموعه زمان های ممکن انجام فعالیت $(i,j\in A)$ است.

روش مسیر بحرانی با زمان بازه ای فعالیت ها

تعریف(۳-۱۲)- مسیر $p \in P$ در شبکه S ، بحرانی بازه ای[۵] است اگر و فقط اگر یک مجموعه زمان قطعی t_{ij}، ($t_{ij} \in [t_{ij}^l, t_{ij}^h]$) وجود داشته باشد به طوری که با جایگزینی زمان قطعی t_{ij} با زمان بازه ای فعالیت ها، بحرانی باشد.

تعریف (۴-۱۲)- فعالیت $(k,l) \in A$ (گره $k \in V$)، بحرانی بازه ای است اگر و فقط اگر یک مجموعه زمان قطعی t_{ij} ($t_{ij} \in [t_{ij}^l, t_{ij}^h]$)، وجود داشته باشد به طوری که فعالیت (k,l) (گره k) پس از جایگزینی زمان قطعی t_{ij} با زمان بازه ای فعالیت، بحرانی باشد.

روش مسیر بحرانی با زمان بازه ای فعالیت ها

قضیه (۳-۱۲)- اگر یک مسیر $p \in P$ در شبکه S ، بحرانی بازه ای باشد آن گاه همه فعالیت ها و گره های موجود در مسیر p ، بحرانی بازه ای خواهند بود.

البته لازم به ذکر است که عکس قضیه فوق صادق نیست. قضیه کلیدی برای ملاحظات بیشتر در مهیا کردن شرط لازم و کافی جهت بحرانی بازه ای بودن مسیر p ، قضیه (۴-۱۲) است.

قضیه (۴-۱۲)- مسیر $p \in P$ در شبکه S ، بحرانی بازه ای است اگر و فقط اگر با جایگزین کردن زمان بازه ای فعالیت $(i,j) \in A$) ، $T_{ij} = [t_{ij}^l, t_{ij}^h]$) ، با زمان قطعی t_{ij} که به صورت رابطه ذیل به دست می آید یک مسیر بحرانی باشد.

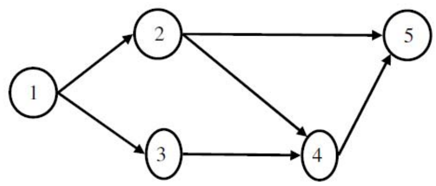
$$t_{ij} = \begin{cases} t_{ij}^h & (i,j) \in p \\ t_{ij}^l & (i,j) \notin p \end{cases}$$

روش مسیر بحرانی با زمان بازه ای فعالیت ها

مثال (۱-۱۲)- فرض کنید پروژه ای با شبکه برداری شکل (۱-۱۲) تعریف شود.

جدول (۱-۱۲)- زمان بازه ای فعالیت های پروژه

فعالیت	زمان بازه ای ($T_{ij}=[t_{ij}^l,t_{ij}^h]$)
۱-۲	[1,3]
۱-۳	[3,5]
۲-۴	[2,3]
۳-۴	[1,4]
۲-۵	[1,2]
۴-۵	[2,4]



شکل (۱-۱۲)- شبکه برداری پروژه

روش مسیر بحرانی با زمان بازه ای فعالیت ها

در شبکه پروژه سه مسیر p_1 ، p_2 و p_3 به شرح ذیل وجود دارند :

مسیر p_1 : ۱-۲-۵

مسیر p_2 : ۱-۲-۴-۵

مسیر p_3 : ۱-۳-۴-۵

محاسبات مسیر بحرانی به ترتیب برای مسیرهای p_1 ، p_2 و p_3 انجام می شود.

مرحله اول : مسیر مورد نظر، p_1 است. لذا زمان قطعی برای فعالیت های واقع در مسیر p_1 برابر حد بالا و زمان قطعی برای سایر فعالیت ها برابر حد پایین زمان بازه ای آن ها منظور می شود. در نتیجه جمع زمان فعالیت های هر مسیر به شرح ذیل است :

$p_1=5$

$p_2=7$

$p_3=6$

بنابراین مسیر p_1 ، بحرانی نیست.

روش مسیر بحرانی با زمان بازه ای فعالیت ها

مرحله دوم : مسیر مورد نظر، p_2 است. لذا زمان قطعی برای فعالیت های واقع در مسیر p_2 برابر حد بالا و زمان قطعی برای سایر فعالیت ها برابر حد پایین زمان بازه ای آن ها منظور می شود. در نتیجه جمع زمان فعالیت های هر مسیر به شرح ذیل است :

$p_1 = 4$

$p_2 = 10$

$p_3 = 8$

بنابراین مسیر p_2، بحرانی است.

مرحله سوم : مسیر مورد نظر، p_3 است. لذا زمان قطعی برای فعالیت های واقع در مسیر p_3 برابر حد بالا و زمان قطعی برای سایر فعالیت ها برابر حد پایین زمان بازه ای آن ها منظور می شود. در نتیجه جمع زمان فعالیت های هر مسیر به شرح ذیل است :

$p_1 = 2$

$p_2 = 7$

$p_3 = 13$

بنابراین مسیر p_3، بحرانی است.

روش مسیر بحرانی با زمان بازه ای فعالیت ها

در نهایت با مقایسه نتایج سه مرحله، مسیر p_3، مسیر بحرانی بازه ای است ولیکن امکان بحرانی بازه ای شدن مسیر p_2 نیز هست در حالی که مسیر p_1 نمی تواند بحرانی شود.

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

فرض کنید شبکه پروژه به صورت $S=<V,A,\tilde{T}>$، تعریف شود. همه عناصر به جز تابع $\tilde{T}$ در حالت قطعی تعریف می شوند. تابع $\tilde{T}$ بیانگر عدد فازی زمان فعالیت ها و بـه صـورت زیـر تعریـف می شود:

$$\tilde{T}: A \rightarrow F(R^+)$$

به طوری که $F(R^+)$، مجموعه اعداد فازی غیر منفی است. عدد فازی ($\tilde{T}(i,j)=\tilde{T}_{ij}$) مـدت زمان انجام فعالیت ($(i,j)\in A$) را به صورت تقریبی بیان می کند. تابع عضویت $\mu_{\tilde{T}_{ij}}(t_{ij})$ یـک تابع توزیع امکان برای مـدت زمـان انجـام فعالیـت (i,j) تولیـد مـی‌کنـد. مقـدار درجـه عضـویت $\mu_{\tilde{T}_{ij}}(t_{ij})$ بیانگر درجه امکان پذیری انجام فعالیت $(i,j)\in A$ در مدت زمان t_{ij} است.

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

تعریف (۵-۱۲)- مجموعه فازی $\tilde{P}$ در مجموعه P با تابع عضـویت ($\mu_{\tilde{P}}: P \rightarrow [0,1]$) کـه به صورت رابطه (۳-۱۲) تعریف می شود، یک مسیر بحرانی فازی[۶] در شبکه S نامیده می شود.

$$\mu_{\tilde{P}}(p)=\underset{\substack{t_{ij}\in R^+,(i,j)\in A \text{ and p is critical}\\ \text{with activity times equal to } t_{ij},(i,j)\in A}}{SUP} \min_{(i,j)\in A} \mu_{\tilde{T}_{ij}}(t_{ij}) \quad , p\in P \qquad (۱۲-۳)$$

مسیر p، بحرانی فازی با درجه $\mu_{\tilde{P}}(p)$ است. در واقـع مقـدار $\mu_{\tilde{P}}(p)$، امکـان بحرانـی بـودن مسیر p را بیان می کند.

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

تعریف (۶-۱۲)- فعالیت بحرانی فازی و گره بحرانی فازی به شرح ذیل تعریف می شوند :

مجموعه فازی $\tilde{A}$ در مجموعه A، با تابع عضویت ذیل فعالیت بحرانی در شبکه S نامیده می شود.

$$\mu_{\tilde{A}}(k,l) = \underset{\substack{t_{ij}\in R^{+},(i,j)\in A \text{ and (k,l) is critical} \\ \text{with activity times equal to } t_{ij},(i,j)\in A}}{SUP} \min_{(i,j)\in A} \mu_{\tilde{T}_{ij}}(t_{ij}) \quad ,(k,l)\in A \qquad (۱۲\text{-}۴)$$

مجموعه فازی $\tilde{E}$ در مجموعه V، با تابع عضویت ذیل، گره فازی در شبکه S نامیده می شود.

$$\mu_{\tilde{E}}(k) = \underset{\substack{t_{ij}\in R^{+},(i,j)\in A \text{ and k is critical} \\ \text{with activity times equal to } t_{ij},\ (i,j)\in A}}{SUP} \min_{(i,j)\in A} \mu_{\tilde{T}_{ij}}(t_{ij}) \quad ,k\in V$$

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

قضیه ۵-۱۲- برای هر مسیر $p\in P$ رابطه ذیل برقرار است :

$\mu_{\tilde{P}}(p) \le \mu_{\tilde{A}}(k,l)$ و برای هر $(k,l)\in P$

مشابه این رابطه بین یک مسیر و گره های واقع در آن نیز صادق است . یعنی داریم :

$\mu_{\tilde{P}}(p) \le \mu_{\tilde{E}}(k)$ ، برای هر $k\in P$

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

دو قضیه ذیل راهی را برای محاسبه درجه بحرانی بودن یک فعالیت یا گره با در نظر گرفتن درجه بحرانی بودن مسیرهایی که از آن فعالیت یا گره می گذرند مهیا می کند.

قضیه ۶-۱۲- معادله ذیل برقرار است :

$$\mu_{\tilde{A}}(k,l) = \max_{p\in P(k,l)} \mu_{\tilde{P}}(p) \quad , \quad (k,l)\in A$$

به طوری که :

$$P(k,l) = \{p \mid p\in P \;\; and \;\; (k,l)\in p\} \subseteq P$$

قضیه ۷-۱۲- معادله ذیل برقرار است :

$$\mu_{\tilde{E}}(k) = \max_{p\in P(k)} \mu_{\tilde{P}}(p) \quad , \quad (k)\in V$$

به طوری که

$$P(k) = \{p \mid p\in P \;\; and \;\; (k)\in p\} \subseteq P$$

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

۲-۴-۱۲- دستورالعمل محاسبه درجه بحرانی بودن یک مسیر

در این بخش روش محاسبه درجه بحرانی بودن یک مسیر (درجه امکان بحرانی بودن) تشریح می شود. قبل از ارایه روش ، تعریف موجه بودن (شدنی بودن) مقدار $\lambda\in[0,1]$ در یک مسیر $p\in P$ و یک قضیه جهت زمینه سازی روش ارایه می شوند.

تعریف ۷-۱۲- مقدار $\lambda\in[0,1]$ در مسیر $p\in P$ موجه است اگر و فقط اگر مسیر p در شبکه با زمان بازه ای $T_{ij} = \tilde{T}_{ij}^{\lambda}$ ($\tilde{T}_{ij}^{\lambda} = [t_{ij}^{l\lambda}, t_{ij}^{h\lambda}]$)، بحرانی بازه ای باشد. ($\tilde{T}_{ij}^{\lambda}$ برش λ، عدد فازی $\tilde{T}_{ij}$ است)

قضیه ۸-۱۲- معادله ذیل برقرار است :

$$\mu_{\tilde{P}}(p) = SUP\{\lambda \mid \text{در مسیر } p\in P \text{ موجه است } \lambda\}$$

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

حال می توان روش محاسبه درجه بحرانی بودن مسیر $p \in P$ را توسعه داد. این روش براساس تعیین حداکثر مقدار موجه λ در مسیر و بحرانی بازه ای بودن آن عمل می کند. در این روش در هر مرحله k، موجه بودن مقدار $\lambda_K \in [0,1]$ در مسیر p بررسی می شود. روش بررسی با جایگزینی مقدار قطعی t_{ij} به جای زمان بازه ای ($T_{ij} = \tilde{T}_{ij}^{\lambda_k} = [t_{ij}^{l\lambda_k}, t_{ij}^{h\lambda_k}]$) که طبق قضیه (۴-۱۲) به دست می آید، تبدیل به محاسبات قطعی روش مسیر بحرانی کلاسیک می شود.

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

مراحل آلگوریتم به شرح ذیل است :

قدم ۱ : قرار دهید $k=0$

قدم ۲ : بررسی نمایید که مقدار $\lambda = \varepsilon$ در مسیر p، موجه است یا نه؟ اگر موجه نبود قرار دهید : $\lambda_{\max} = 0$ و به قدم ۶ بروید، در غیر این صورت به قدم ۳ بروید.

قدم ۳ : قرار دهید $\lambda_k = 1$ و بررسی نمایید که λ_k در مسیر p موجه است یا نه؟، اگر موجه بود قرار دهید : $\lambda_{\max} = 1$ و به قدم ۶ بروید، در غیر این صورت به قدم ۴ بروید.

قدم ۴ : قرار دهید $k = k+1$ و λ_k را طبق رابطه ذیل به دست آورید :

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_{k-1} + (\frac{1}{2^k}) & \text{if } \lambda_{k-1} \text{ is feasible} \\ \lambda_{k-1} - (\frac{1}{2^k}) & \text{if } \lambda_{k-1} \text{ is infeasible} \end{cases}$$

اگر λ_k در مسیر p موجه است قرار دهید : $\lambda_{\max} = \lambda_k$

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

قدم ۵ : اگر $k < K$ به قدم ۴ برگردید در غیر این صورت به قدم ۶ بروید.

قدم ۶ : قرار دهید $\mu_{\tilde{P}}(p) = \lambda_{\max}$ و متوقف شوید.

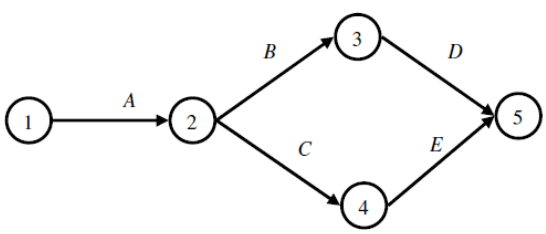
اندازه k که در قدم ۴ استفاده می شود بستگی به میزان دقت مورد نظر در محاسبات دارد. اگر بخواهیم مقدار خطای محاسبات بزرگتر از 10^{-N} نباشد آن گاه k به صورت ذیل به دست می آید :

$$K \geq \frac{N}{\log_{10} 2}$$

مقدار ε استفاده شده در قدم دوم، می بایست مثبت بوده و بزرگتر از مقدار خطای مورد نظر نباشد.

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

مثال (۲-۱۲) – پروژه ای با شبکه برداری شکل (۲-۱۲) تعریف می شود :



شکل (۲-۱۲)- شبکه برداری پروژه

مدت زمان انجام فعالیت ها به صورت اعداد فازی به شرح ذیل تعریف می شوند :

$$\tilde{T}_A = \left\{\frac{0.7}{2}, \frac{1}{3}\right\}$$

$$\tilde{T}_B = \left\{\frac{0.5}{1}, \frac{1}{3}\right\}$$

$$\tilde{T}_C = \left\{\frac{0.5}{5}, \frac{1}{6}\right\}$$

$$\tilde{T}_D = \left\{\frac{0.8}{3}, \frac{1}{4}\right\}$$

$$\tilde{T}_E = \left\{\frac{0.7}{5}, \frac{1}{6}\right\}$$

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

برای محاسبه درجه بحرانی بودن مسیر $A-B-D$ به ازای $\lambda=\varepsilon$ داریم :

$T_A^\lambda=[2,3]$, $T_B^\lambda=[1,3]$, $T_C^\lambda=[5,6]$, $T_D^\lambda=[3,4]$, $T_E^\lambda=[5,6]$

لذا زمان قطعی برای فعالیت های واقع در مسیر $A-B-D$ برابر حد بالا و زمان قطعی برای سایر فعالیت ها برابر حد پایین زمان بازه ای آن ها منظور می شود. در نتیجه جمع زمان فعالیت های هر مسیر به شرح ذیل است :

$A-B-D$: 10

$A-C-E$: 13

مسیر $A-B-D$ بحرانی نیست در نتیجه داریم : $\lambda_{\max}=0$

یعنی درجه بحرانی بودن مسیر $A-B-D$ صفر است. پس امکان این که مسیر $A-B-D$ بحرانی شود صفر است.

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

برای محاسبه درجه بحرانی بودن مسیر $A-C-E$ به ازای $\lambda=1$ به شرح ذیل عمل می شود:

$t_A=3$, $t_B=3$, $t_C=6$, $t_D=4$, $t_E=6$

در این صورت جمع زمان فعالیت های هر مسیر به صورت ذیل به دست می آید :

$A-B-D$: 10

$A-C-E$: 15

در نتیجه مسیر $A-C-E$ با درجه $\lambda_{\max}=1$، مسیر بحرانی فازی است. در حالی که امکان بحرانی شدن مسیر $A-B-D$ صفر است.

روش مسیر بحرانی با زمان فازی فعالیت ها

از آنجا که مسیر $A-C-E$ با درجه $\lambda_{\max}=1$، مسیر بحرانی فازی است می توان با جمع اعداد فازی زمان فعالیت های این مسیر مدت زمان فازی اجرای پروژه ($\tilde{T}_P$) را به دست آورد که به شرح ذیل عمل می شود.

$$\tilde{T}_P=\tilde{T}_A+\tilde{T}_C+\tilde{T}_E$$
$$\tilde{T}_P=\left\{\frac{0.7}{2}+\frac{1}{3}\right\}+\left\{\frac{0.5}{5}+\frac{1}{6}\right\}+\left\{\frac{0.7}{5}+\frac{1}{6}\right\}$$
$$\tilde{T}_P=\left\{\frac{0.5}{12}+\frac{0.7}{13}+\frac{0.7}{14}+\frac{1}{15}\right\}$$

عدد فازی $\tilde{T}_P$، در واقع بیانگر یک تابع توزیع امکان برای مدت زمان اجرای پروژه است. به عنوان مثال امکان اجرای پروژه در ۱۲ هفته برابر ۰.۵ و امکان اجرای پروژه در ۱۵ هفته برابر ۱ است.