

اصل لانه کبوتر :

اگر  $m$  کبوتر وارد  $n$  لانه شوند طوری که  $m > n$  آنگاه حداقل یک لانه شامل  $k$  کبوتر است.

مثال : نشان دهید اگر ۴ عدد متساوی از  $\{1, 2, \dots, 10\}$  انتخاب کنیم آنگاه حتماً همه ۲ عدد  $11$  می شود؟

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

مثال : حداقل چند عدد متساوی از  $\{1, 2, \dots, 10\}$  انتخاب کنیم تا مطمئن شویم همه دو عدد  $11$  می شود؟

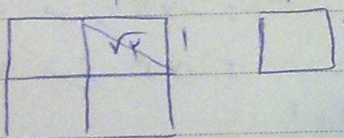
$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

مثال : حداقل چند عدد متساوی از  $\{1, 2, \dots, 100\}$  انتخاب کنیم تا مطمئن شویم همه دو عدد  $101$  می شود؟

$$0 \leq k \leq 99 \rightarrow 0 \leq 3k \leq 99 \rightarrow 0 \leq k \leq 33$$

عدد  $\downarrow$  ۳۴

مثال : حداقل چند نقطه داخل مربع به ضلع ۲ قرار دهیم تا مطمئن شویم فاصله  $\leq 1$  نقطه از  $2\sqrt{2}$  کمتر است؟

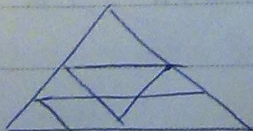


مثال : حداقل چند نقطه داخل مستطیل  $2 \times 4$  قرار دهیم تا مطمئن شویم فاصله  $\leq 1$  نقطه از  $2\sqrt{2}$  کمتر است؟

۱۳

مثال : حداقل چند نقطه داخل مثلث متساوی الساقین به ضلع ۲ قرار دهیم تا مطمئن شویم فاصله  $\leq 1$  نقطه از  $2\sqrt{2}$  کمتر است؟

۱۰ نقطه





مسئله سوال : در عدد  $\epsilon$  روز مشابه قسم A روزی حداقل یک بازی می کند. این قسم در عدد  $\epsilon$  روز حداکثر  $\epsilon$  بازی می کند. نشان دهید این قسم هر طور که بازی کند با این شرایط، حداکثر برای روزهای متراک وجود دارد که جمع بازی های این قسم در این روزها برابر  $\epsilon$  است.

$$1 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_r \leq \epsilon$$

$$\downarrow +\epsilon$$

$$1 \leq a_1 + \epsilon < a_2 + \epsilon < \dots < a_r + \epsilon \leq \epsilon + \epsilon$$

$$1 \leq \underbrace{a_1, a_2, \dots, a_r}_{\leq \epsilon}, \underbrace{a_1 + \epsilon, \dots, a_r + \epsilon}_{\leq \epsilon} \leq \epsilon + \epsilon$$

$$\leq \epsilon$$

$$a_i = a_j + \epsilon \rightarrow a_i - a_j = \epsilon \quad | \dots j+1 \dots i$$

تقسیم یکنواختی لانه کبوتر :

۵ کبوتر ۳ لانه :

۵ کبوتر ۳ لانه :

۶ کبوتر ۳ لانه :

۷ کبوتر ۳ لانه :

۹ کبوتر ۳ لانه :

۱۰ کبوتر ۳ لانه : حداقل یک لانه شامل حداقل ۴ کبوتر است.

m کبوتر n لانه : حداقل یک لانه شامل  $\lceil \frac{m}{n} \rceil$  کبوتر است.



سؤال: از بین ۹۱ نفر حداقل چند نفر در یک ماه متولد شده اند؟

$$\left\lceil \frac{91}{12} \right\rceil = 8$$

سؤال: در یک کسبه بیست و یک سبزه بافت ۳ سبزه و ۴ رنگ مختلف وجود دارد. حداقل چند سبزه از این کسبه طرح میسر نامشروع حداقل ۵ تا سبزه یک طرح میسر نامشروع؟

$m = ?$  تعداد کبوتر، لانگما =  $3 \times 4 = 12$  انواع تریپ

نصف ۲ ← حداقل ۴ بار بخوانید

$$\left\lceil \frac{m}{12} \right\rceil = 5 \rightarrow m_{\min} = 4 \times 12 + 1 = 49$$

تست طایر بنید  
چند جملای ریاضی ← X

$$\left\lceil \frac{m}{n} \right\rceil = k \rightarrow m_{\min} = (k-1) \cdot n + 1$$

نصف ۳ - روابط بازگشتی

رابطه بازگشتی برای دنباله  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  رابطه ای است که  $a_n$  را بر حسب جملات قبلی بیان کند.

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

دنباله فیبوناچی ←  $a_0 = 0$

$$a_1 = 1$$

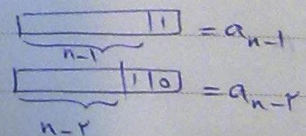
سؤال: چند آرسنه با نمره به طول ۱۰ ماده در مسابقه متراک وجود دارد؟ \*

۵ صفر + ۴ صفر + ۳ صفر + ۲ صفر + ۱ صفر + صفر صفر:  $\binom{11}{0}$

$$= \binom{11}{0} + \binom{10}{1} + \binom{9}{2} + \binom{8}{3} + \binom{7}{4} + \binom{6}{5} = \sum_{k=0}^5 \binom{11-k}{k}$$

$a_n = n$  تعداد سبزه های با نمره به طول  $n$

$$a_n = \text{طول } n$$



$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

$$a_0 = ?$$

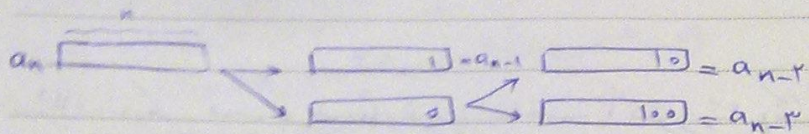
$$a_1 = 2 \quad 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 \quad \text{KHATEREH}$$

$$a_2 = 3 \quad 19 \times 144 \leftarrow a_1$$

$$a_0 = 1$$



سؤال : یک رابطه بازگشتی برای تعداد رشته‌های  $n$  تایی از مقادیر  $1, 2, 3$  که به یک



$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 4$$

سؤال : شخصی از ۱۰۰۰ ریال به بلای خود آورد. این مبلغ در هر ماه با ۲٪ سود افزایش می‌یابد. تعداد طلا

بلای خود را از این پول چقدر است؟

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \rightarrow a_1 = 19$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

سؤال : در یک مرغی یک جفت مرغ گوشتی کار فرستاده شده و حاصل دهانم. هر جفت مرغی پس از ۲ ماه در هر ماه یک جفت تولید می‌کند. اگر در ماه پنجم مرغ گوشتی در مرغی نباشد یعنی مادر ماه یکم جفت مرغ گوشتی را در مرغی و حاصل دهانم، در ماه دهم چند جفت مرغ گوشتی در مرغی است؟

$$a_n = \text{تعداد جفت مرغ ماه } n \text{ام} \rightarrow a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 1$$

$$a_3 = 2$$

$$a_4 = 3$$

$$a_5 = 5$$

$$a_6 = 8$$

$$1$$

$$a_7 = 13$$



Subject: \_\_\_\_\_

سوال ۱۱

سوال

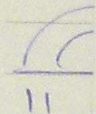
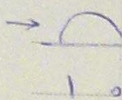
فرض کنید

Year. \_\_\_\_\_

Month. \_\_\_\_\_ Date. \_\_\_\_\_

Subject: \_\_\_\_\_

$$n=3$$



سوال: در یک مربع  $ABCD$  هر ضلع  $n$  بار به خط  $AC$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $BD$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $AD$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $BC$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $AB$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $CD$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $AC$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $BD$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $AD$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $BC$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $AB$  تقسیم می‌شود. هر ضلع  $n$  بار به خط  $CD$  تقسیم می‌شود.

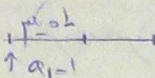
$$a_0 = 0$$

$$a_n =$$

$$a_1 = 1$$

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 2(a_{n-1} + a_{n-2})$$

$$a_n = 3a_{n-1} + a_{n-2}$$



مسئله جزئی:

سوال: مرتب کنید اعداد یک تا ۲۰ در یک دایره در جهت عقربه‌ای ساعت‌گرد. این اعداد را شروع از ۱ یک حلقه صفتی شوند (اولین عدد صفتی ۱ است) آخرین شماره چقدر است؟

تست: اعداد یک تا ۱۰ در یک دایره در جهت عقربه‌ای ساعت‌گرد. این اعداد را شروع از ۱ یک حلقه صفتی شوند اگر  $f(n)$  شماره باقی مانده باشد، کدام ترتیب صحیح است؟

$$1) f(n) = 2f(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + 1 \rightarrow f(2) = 2f(1) + 1 = 3$$

$$2) f(n) = 2f(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) - 1 \rightarrow f(2) = 1, f(2) = 2f(1) - 1 = 1$$

$$3) \begin{cases} f(2n) = 2f(n) + 1 \\ f(2n+1) = 2f(n) - 1 \end{cases} \rightarrow f(2) = 2f(1) + 1 = 3$$

$$4) \begin{cases} f(2n) = 2f(n) - 1 \\ f(2n+1) = 2f(n) + 1 \end{cases} \rightarrow \text{اینها کینه}$$

$$f(1) = 1$$

$$f(130) = 2f(65) - 1 = 5$$

$$f(2) = 1 \quad 1 \times$$

$$f(3) = 3 \quad \times \times \times$$

$$f(4) = 1$$



Year \_\_\_\_\_

Year. Month. Date.

Subject: \_\_\_\_\_

تعداد درستی هر حرف از عدد سه رقمی که از این رقم میسر می آید چقدر است؟

$$12 = 128 + 2$$

$\xrightarrow{\text{Right}}$   $128$   $\xrightarrow{\text{Left}}$   $2$

سؤال: در مسئله هر حرف از این که  $n$  و این حرف است  $128$  است  
سؤال: هر حرف چقدر است؟  $12$

اعداد کالات:

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}, \quad C_n \in \Omega \left( \frac{e^n}{n^{3/2}} \right)$$

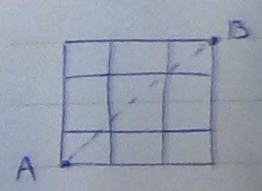
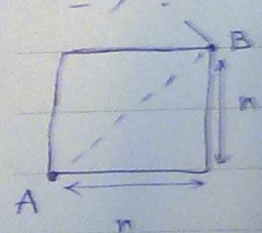
$$C_0=1, C_1=1, C_2=2, C_3=5, C_4=14, C_5=42, C_6=132$$

تقریب شده

۱- چندتا رشته اینتری به طول  $2n$  داریم  $1$  و  $n$  تا  $n$  وجود دارد طوری که هر زیر رشته از ابتدای رشته، تعداد یک جایی از شرط است بیشتر مساوی باشد؟  $n=2$

تولیدیت  $\rightarrow 1000$   
کالات  $\rightarrow 10000, 110000, 1110000, 11110000, 111110000$

۲- تعداد حالاتی که در یک شبکه  $n \times n$  بتوان از گوشه چپ پایینی به گوشه راست بالا رسید  
با حرکت  $\rightarrow$  یا  $\uparrow$  به شرطی که از وسط حرکت کنیم.  $n=2$



- RRRURU    RURRUU
- RRURRU    RURURU
- RRURUR



Subject : .....

Year.      Month.      Date.

Subject : .....

۳- تعداد حالاتی که می توان روی یک خط افقی  $n$  دایره غیر متقاطع کشید؟  $n=3$

