جریان تراکم ناپذیر (اعم از دائمی و غیر دائمی) ← ρ = ثابت ← $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$

* فرم دیفرانسیلی معادله‌ی پیوستگی جریان

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)+\frac{\partial \rho}{\partial t}=0 \qquad \operatorname{div}(\rho\vec{V})+\frac{\partial \rho}{\partial t}=0$$

* اگر جریان دائمی باشد (اعم از تراکم پذیر و تراکم ناپذیر) ←

$$\int_{CS}\rho\vec{V}\cdot d\vec{A}=0 \qquad \sum(\dot{m})_{in}=\sum(\dot{m})_{out}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=0$$

* در یک لوله وقتی جریان سیال دائمی باشد دبی جرمی عبوری از کلیه‌ی مقاطع با هم برابر است.

$$\rho V_1A_1=\rho_2V_2A_2=\cdots=\text{const} \qquad \sum(Q_{in})=\sum(Q_{out})$$

* اگر جریان تراکم ناپذیر باشد (ρ = ثابت) ←

$$\int_{CS}\vec{V}\cdot d\vec{A}=0 \qquad V_1A_1=V_2A_2=\cdots=\text{const}$$

* سیال تراکم ناپذیر ← دبی جرمی عبوری از کلیه‌ی مقاطع با هم برابر و ثابت است.

* اگر یکی از اضلاع حجم کنترل در حال دور شدن یا نزدیک شدن به حجم کنترل باشد و حجم کنترل بزرگ یا کوچک گردد، اگر کوچک گردد دبی جریان از نوع ورودی و اگر بزرگ گردد این ایجاد شده از نوع خروجی است.

* اگر جریان تراکم پذیر باشد ← آنگاه

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\neq 0 \qquad \rho\frac{\partial u}{\partial x}+\rho\frac{\partial v}{\partial y}+\rho\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\partial \rho}{\partial t}=0 \qquad \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

جریان تراکم ناپذیر دو بعدی

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}=+v \qquad \frac{\partial \psi}{\partial y}=-u$$

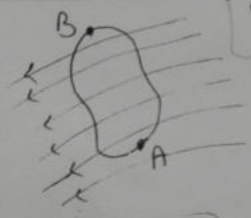
* ψ را تابع جریان می‌نامند.

$$\psi_{(x,y)}=f(x)+G(y)$$

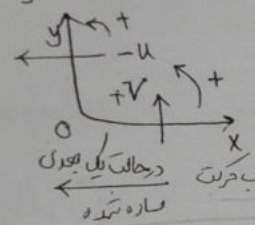
با حل این دو معادله ψ بدست می‌آید.

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}=f'(x),\quad \frac{\partial \psi}{\partial y}=G'(y)$$

$$q_{A-B}=\psi_B-\psi_A$$



هر دو نقطه‌ی A و B متحرک



در حالت یک بعدی ساده شده

* معادله‌ی ناویر استوکس ← تناقض حرکت

$$\rho\vec{a}=-\vec{\nabla}P+\mu\nabla^2\vec{V}+\rho\vec{g}$$

$$\rho\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\partial P}{\partial x}$$

(ρa = $-\nabla P$)

$$\rho a_x=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2u}{\partial z^2}\right)+\rho g_x$$

$$\rho a_y=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2v}{\partial z^2}\right)+\rho g_y$$

$$\rho a_z=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2w}{\partial z^2}\right)+\rho g_z$$

* سرعت متوسط در یک لوله‌ی دایره‌ای برابر $\bar{V}=\frac{1}{2}V_{max}$ است.

* معادله‌ی مسیر مستقل از t است و نباید در آن پارامتر t دخیل گردد.

* دبی عبوری از یک لوله برابر حجم پروفیل توزیع سرعت در آن لوله است مثلاً در توزیع مثلثی سرعت حجم یک مخروط برابر دبی عبوری است.

* $\Delta m=m_{in}-m_{out}$ $\qquad m_{in}=\dot{m}_{in}\times\Delta t$

$\Delta m=\rho\Delta\forall=\rho A\Delta h$ $\qquad m_{out}=\dot{m}_{out}\times\Delta t=(\rho Q)_{out}\times\Delta t$

* معادله‌ی خط مسیر:

$$u=\frac{dx}{dt}\rightarrow x=f_1(t)$$

$$v=\frac{dy}{dt}\rightarrow y=f_2(t)$$

$$w=\frac{dz}{dt}\rightarrow z=f_3(t)$$

$\rightarrow f(x,y,z)=0$

* معادله‌ی خط جریان:

$$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w}$$

* اگر از خطوط جریان به عنوان سیستم مختصات استفاده شود، و محل ذره روی یک خط جریان را با s نشان دهیم $\leftarrow V=V(s,t)$

$$a=\frac{\partial V}{\partial s}V+\frac{\partial V}{\partial t}$$

* پروفیل توزیع سرعت جریان آرام دایره‌ای شکل است و حجم آن نصف حجم استوانه‌ی محیطی است.

$$Q=\frac{1}{2}(\pi R^2u_{max})$$

سرعت متوسط جریان آرام $\rightarrow$ $V=\frac{1}{2}u_{max}$

* توزیع سرعت در جریان آشفته در لوله‌ی صاف:

$$u=u_{max}\left(1-\frac{r}{R}\right)^m \qquad \left(\frac{1}{60}<m<\frac{1}{9}\right)$$

m معمولاً $\frac{1}{7}$ است (یک هفتم توان)

سرعت متوسط جریان آشفته $\rightarrow$ $V=\frac{2u_{max}}{(m+1)(m+2)}$